

## التمرين الأول :

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي :  $f(x) = \frac{x^3 - 4x}{x^2 - 1}$  وليكن  $(C)$  منحنى الدالة  $f$  في معلم متعامد  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 حدد  $D$  مجموعة تعريف الدالة  $f$  وبين ان  $f$  دالة فردية

2 أحسب النهايات التالية  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ،  $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -1} f(x)$

3 أـ تحقق أن  $(\forall x \in D) f(x) = x - \frac{3x}{x^2 - 1}$

بـ استنتج الفرع اللانهائي للمنحنى  $(C)$  عند  $+\infty$

جـ أدرس الوضع النسبي للمنحنى  $(C)$  والمستقيم  $y = x$  ( $\Delta$ )

4 أـ بين أن  $(\forall x \in D) f'(x) = 1 + \frac{3(x^2 + 1)}{(x^2 - 1)^2}$

بـ أدرس منحنى تغيرات الدالة  $f$  وضع جدول تغيراتها

5 أـ بين أن  $(\forall x \in D) f''(x) = \frac{-6x(x^2 + 3)}{(x^2 - 1)^3}$

بـ أدرس تفر المنحنى  $(C)$

6 أرسم المنحنى  $(C)$

7 حدد مبيانيا وحسب قيم  $m$  عدد حلول المعادلة  $x^2(x - m) = 4x - m$

## التمرين الثاني :

لتكن  $f$  الدالة العددية المعرفة بما يلي :  $f(x) = x + 1 - \sqrt{x^2 - x + 1}$

و  $(C)$  منحنى الدالة  $f$  في معلم متعامد  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1 أـ بين أن  $D_f = \mathbb{R}$

بـ بين أن  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \frac{3}{2}$  وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة

2 أـ أحسب النهاية  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

بـ بين أن  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x} = 2$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) - 2x = \frac{1}{2}$  ثم أول هندسيا للنتيجة

3 أـ بين أن  $(\forall x \in \mathbb{R}) x - \frac{1}{2} < \sqrt{x^2 - x + 1}$

بـ أحسب المشتقة  $f'(x)$  ثم بين أن  $f$  تزايدية على  $\mathbb{R}$  ثم أنجز جدول التغيرات

4 أـ حدد تقاطع المنحنى  $(C)$  والمستقيم  $y = x$  ( $\Delta$ )

بـ بين أن  $(\forall x \in \mathbb{R}) f(x) > x \Leftrightarrow x \in ]0, 1[$

5 أرسم المنحنى  $(C)$

6 نعتبر المتتالية  $(U_n)_n$  المعرفة بما يلي :  $U_0 = \frac{1}{2}$  و  $U_{n+1} = f(U_n)$

أـ بين أن  $(\forall n \in \mathbb{N}) 0 < U_n < 1$  بـ بين أن المتتالية  $(U_n)_n$  تزايدية