

2017-16	فرض رقم 4	الأولى علوم رياضية
<b>التمرين الأول</b>		
<p>نعتبر المجموعات التالية : <math>A = \{6k + 1 / k \in \mathbb{Z}\}</math> ، <math>B = \{3k' - 2 / k' \in \mathbb{Z}\}</math> و <math>C = \{4p + 3 / p \in \mathbb{Z}\}</math></p> <p>(1) بين أن <math>A \subset B</math> . هل لدينا <math>A = B</math> ؟ علل جوابك</p> <p>(2) تحقق أن <math>19 \in B \cap C</math> ثم حدد بادراك المجموعة <math>B \cap C</math></p>		
<b>التمرين الثاني</b>		
<p>نعتبر المتتالية <math>(U_n)_n</math> المعرفة بما يلي : <math>U_0 = 3</math> ; <math>U_{n+1} = \frac{U_n - 8}{2U_n - 9}</math> ونضع <math>V_n = \frac{U_n - 1}{U_n - 4}</math></p> <p>(1) تحقق أن <math>(\forall n \in \mathbb{N}) U_{n+1} = \frac{1}{2} - \frac{7}{2(2U_n - 9)}</math> و بين أن <math>1 &lt; U_n &lt; 4</math> <math>(\forall n \in \mathbb{N})</math></p> <p>(2) بين أن <math>(\forall n \in \mathbb{N}) U_n - U_{n+1} = \frac{2(U_n - 1)(U_n - 4)}{2U_n - 9}</math> و أدرس رقابة المتتالية <math>(U_n)_n</math></p> <p>(3) (i) بين أن <math>(\forall n \in \mathbb{N})  U_{n+1} - 4  \leq \frac{1}{3} U_n - 4 </math></p> <p>(ii) بين بالترجع أن <math>(\forall n \in \mathbb{N})  U_n - 4  \leq 2\left(\frac{1}{3}\right)^n</math></p> <p>(4) (i) بين أن <math>(V_n)_n</math> متتالية هندسية محددا أساسها <math>q</math></p> <p>(ii) بين أن <math>(\forall n \in \mathbb{N}) U_n = \frac{7^n + 8}{7^n + 2}</math></p>		
<b>التمرين الثالث</b>		
<p>ليكن <math>f</math> التطبيق المعرف من <math>D = \left[\frac{1}{2}, +\infty\right[</math> نحو <math>\mathbb{R}</math> بما يلي : <math>f(x) = \frac{x}{\sqrt{2x-1}}</math></p> <p>(1) حل في <math>D</math> المعادلة <math>f(x) = \sqrt{2}</math> هل التطبيق <math>f</math> تبايني ؟</p> <p>(2) أنشر <math>\left(\sqrt{2x-1} - 1\right)^2</math> واستنتج أن <math>f(D) \subset [1, +\infty[</math> . هل <math>f</math> شمولي من <math>D</math> نحو <math>\mathbb{R}</math> ؟</p> <p>(3) ليكن <math>g</math> قصور <math>f</math> على المجال <math>I = [1, +\infty[</math></p> <p>(i) أنشر <math>(2x-1)\left(y - \frac{1}{2}\right)</math> و بين أن <math>2xy - x - y &gt; 0</math> <math>(\forall (x, y) \in I^2)</math></p> <p>(ii) بين أن <math>g</math> تبايني على <math>I</math></p> <p>(4) (i) بين أن <math>(\forall y \in ]1, +\infty[) y^2 - y\sqrt{y^2 - 1} &lt; 1</math></p> <p>(ii) بين أن <math>g</math> تقابل من <math>I</math> نحو <math>I</math> و عرف تقابله العكسي <math>g^{-1}</math></p>		