

فرض رقم 4

التمرين الأول :

1) أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{\sqrt{x+4} - 3}{\sqrt{x-4} - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 5x + 2}{x^2 - x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 8}{x^2 - x - 2}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{x^2 - 9x} + 2x$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow 4 \\ x > 4}} \frac{x + \sqrt{x-4} - 4}{\sqrt{x} - 2}$$

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -3 \\ x > -3}} \frac{x^2 + 3}{x^2 - 9}$$

2) احسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 + 2\sqrt{x} - 3}{x^3 - 2\sqrt{x} + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x + \sqrt{x} - 2}{x - 1 + \sqrt{x^2 + 1}}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 + x} - \sqrt{x^2 - x}$$

3) بين أن $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{xE(2x) - 1}{2x^2 + 1} = 1$

التمرين الثاني :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{2 - \cos x}{x + 2}$

1) بين أن : $(\forall x \in]-\infty, -2[) \frac{3}{x+2} \leq f(x) \leq \frac{1}{x+2}$

2) استنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

3) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$

التمرين الثالث :

لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{2x-1}{\sqrt{x}+1} ; & x \geq 1 \\ f(x) = \frac{x}{x^2+1} ; & x < 1 \end{cases}$$

1) أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) أ. بين أن : $(\forall x \in]1, +\infty[) \frac{f(x) - f(1)}{x-1} = \frac{2}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{2(\sqrt{x}+1)^2}$

ب. أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين النقطة $a = 1$

3) هل الدالة f قابلة اشتقاق في النقطة $a = 1$

4) أ. بين أن : $(\forall x \in]1, +\infty[) f'(x) = \frac{2x + 4\sqrt{x} + 1}{2\sqrt{x}(\sqrt{x} + 1)^2}$

5) أحسب المشتقة $f'(x)$ لكل عدد x من المجال $]-\infty, 1[$