

التمرين 1 (7 ن)

لتكن (U_n) متتالية معرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 0 ; \quad U_1 = 1 \\ U_{n+2} = \frac{2}{5}U_{n+1} - \frac{1}{25}U_n \end{cases}$$

أ) بين أن المتتالية $V_n = U_{n+1} - \frac{1}{5}U_n$ هندسية أساسها $\frac{1}{5}$ ثم أكتب V_n بدلالة n . - 1 1.5

ب) بين أن المتتالية $W_n = 5^n U_n$ حسابية أساسها 5 ثم أكتب W_n بدلالة n و U_n بدلالة n . - 2 1.5

أ) بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* : 0 < U_{n+1} < \frac{2}{5}U_n$ - 3 2

ب) استنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}^* : 0 < U_n < \left(\frac{2}{5}\right)^{n-1}$ 2

التمرين 2 (10 ن)

لتكن (U_n) متتالية معرفة بما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = \frac{1}{2} \\ U_{n+1} = \frac{U_n}{U_n + 1} \end{cases}$$

أ) أحسب U_1 - 1 1

ب) بين بواسطة الترجع أن $U_n > 0$ - 1 1

ج) أدرس رقابة (U_n) 1.5

أ) بين أن (V_n) متتالية حسابية أساسها $\frac{1}{2}$ محدداً حدتها الأول V_0 - 2 1.5

ب) أحسب U_n بدلالة n . - 1 1

$S'_n = \frac{1}{U_0} + \frac{1}{U_1} + \dots + \frac{1}{U_n}$ - 3 نضع :

أ) أحسب $S_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ - 2 2

ب) أحسب S'_n 2

التمرين 3 (3 ن)

أحسب النهايات التالية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} -x^3 + x + 3$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^3 + x^2}{x - x^2}$