


أولى علوم رياضية	مراقبة مستمرة 3 الرياضيات	
الدورة 1	2014/12/26	ثانوية أنيس الخاصة

التمرين 1 (6 نقط)

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \frac{4U_n + 3}{U_n + 2} \end{cases} ; n \in \mathbb{N}$$

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

1. بين أن : $0 < U_n < 3$ لكل n من \mathbb{N} .

1

2. أدرس رتبة المتتالية $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$.

1

$$(\forall n \in \mathbb{N}) : V_n = \frac{U_n + 1}{3 - U_n}$$

3. نضع :

أ- بين أن $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متتالية هندسية و حدد عناصرها.

1.5

ب- حدد صيغة V_n ثم استنتج صيغة U_n بدلالة n .

1.5

ج- أحسب المجموع : $S_n = V_0 + V_1 + V_2 + \dots + V_{n-1}$

1

التمرين 2 (3.5 نقط)

ABC مثلث .

لتكن G مرجح النقط المتزنة $(A;1)$ و $(B;-2)$ و $(C;-3)$.

1- أنشئ النقطة G .

0.5

2- أ- أنشئ النقطة J المعرفة بالعلاقة : $\vec{BJ} = \frac{3}{5}\vec{BC}$

0.25

ب- بين أن J مرجح النقطتين المتزنيتين $(B;2)$ و $(C;3)$.

0.75

3. لتكن K النقطة بحيث B منتصف القطعة $[AK]$.

أ- بين أن K مرجح النقطتين المتزنيتين $(A;1)$ و $(B;-2)$

0.5

ب- بين أن : $\vec{KG} = \frac{3}{4}\vec{KC}$

1

4. بين أن المستقيمين (AJ) و (KC) متقاطعان في نقطة يتم تحديدها.

0.5

التمرين 3 (3 نقط)

نعتبر المتتاليات العددية $(x_n)_{n \geq 1}$ و $(u_n)_{n \geq 1}$ و $(v_n)_{n \geq 1}$ المعرفة بما يلي :

$$v_n = x_{2n+1} \quad \text{و} \quad u_n = x_{2n} \quad \text{و} \quad x_n = \sum_{k=1}^n \frac{(-1)^{k+1}}{k^2}$$

1. بين أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 1}$ تزايدية .
2. بين أن المتتالية $(v_n)_{n \geq 1}$ تناقصية .
3. بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* : v_n > u_n$.
- 4- استنتج أن $(u_n)_{n \geq 1}$ مكبورة $(v_n)_{n \geq 1}$ مصغورة .

1
1
0.5
0.5

التمرين 4 (3.5 نقط)

لتكن (a_n) متتالية حسابية و تزايدية معرفة بما يلي :

$$\begin{cases} a_0 + a_1 + a_2 = 9 \\ a_0^2 + a_1^2 + a_2^2 = 35 \end{cases}$$

- 1- حدد الأساس r والحد الأول a_0 .
- 2- نضع : $b_n = 2^{a_n} \quad \forall n \in \mathbb{N}$.
- أ- بين أن (b_n) متتالية هندسية أساسها 4 وحدها الأول $b_0 = 2$.
- ب- أحسب الجداء : $T_n = b_0 \times b_1 \times b_2 \times \dots \times b_n$.

1.5

1

1

التمرين 5 (4 نقط)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{1}{2} ; u_1 = 1 \\ u_{n+2} = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{u_{n+1}} + \frac{1}{u_n} \right) ; n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

- 1- بين بالترجع أن : $u_{n+1} = \frac{2u_n}{-1+4u_n}$ لكل n من \mathbb{N} .
- 2- أثبت أنه لكل n من $\mathbb{N} : \frac{1}{2} \leq u_n \leq 1$.
3. حدد رتبة المتتالية $(\alpha_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\alpha_n = u_{2n}$ لكل n من \mathbb{N} .
4. بين أن المتتالية $(\beta_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي : $\beta_n = u_{2n+1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$ تناقصية .

1

1

1

1

ملاحظة : نقطة عن الورقة المنظمة و الدقة في الاستدلال