تمرين (1)

نعتبر العبارتين : $P \quad "(\forall x\in\mathbb{R}^{+*})(\exists n\in\mathbb{N}) \quad nx>1 \; "$

$$Q"\left[(\forall n\in\mathbb{N}^*) \; |x|<\frac{1}{n}\right]\Rightarrow x=0$$

1) حدد نفي كل من العبارتين P و Q

2) نضع $p=E\left(\frac{1}{x}\right)$ بين أن العبارة P صحيحة

تمرين (2)

1) بين أن $"(\forall x\in\mathbb{R})(\forall y\in\mathbb{R}) \quad (x>2$ و $y>2)\Rightarrow(xy>x+y)"$

2) بالمضاد للعكس بين أن $(\forall x>2)(\forall y>2) \quad (x\neq y)\Rightarrow\left(x\sqrt{y-1}\neq y\sqrt{x-1}\right)$

تمرين (3)

باستعمال برهان بالترجع بين أن :

$$(1) \quad (\forall n\in\mathbb{N}^*) \quad \sum_{k=1}^{k=n}\frac{k+1}{3^k}=\frac{1}{4}\left(5-\frac{2n+5}{3^n}\right)$$

$$(2) \quad (\forall n\in\mathbb{N}^*) \quad \sum_{k=1}^{k=2n+1}(-1)^{k+1}k=n+1$$

تمرين (3)

ليكن a , b عددين بحيث $0<a<b$.

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0=\frac{a+b}{2}$ و $U_{n+1}=\frac{ab}{a+b-U_n}$

1) أحسب U_1 و بين أن $(\forall n\in\mathbb{N}) \quad a<U_n<b$

2) بين أن $(U_n)_n$ متتالية تناقصية

3) نضع $V_n=\frac{U_n-a}{U_n-b}$ لكل عدد طبيعي n

أ) بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q=\frac{a}{b}$

ب) بين أن $U_n=\frac{ab^n+ba^n}{a^n+b^n}$

تمرين (4)

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ بحيث : $U_0=2$ و $U_1=1$ و $U_{n+2}=5U_{n+1}-6U_n$

1) أحسب U_2 و U_3

2) نضع $V_n=U_{n+1}-3U_n$

بين ان $(V_n)_n$ متتالية هندسية محددا أساسها