

**التمرين 1**

ليكن  $a, b, c$  أعداد حقيقية.

$$\left| \frac{a+b}{2} \right| + \left| \frac{a-b}{2} \right| < c \Rightarrow \begin{cases} |a| < c \\ |b| < c \end{cases} \quad \text{-1 بين أن}$$

$$|a+b| = |a| + |b| \Rightarrow ab \geq 0 \quad \text{-2 بين أن}$$

$$\text{-3 بين أن: } \frac{a+b}{2} \times \frac{a-b}{2} \geq 0 \text{ أو } \frac{a+b}{2} \times \frac{b-a}{2} \geq 0$$

**التمرين 2**

ليكن  $n \in \mathbb{N}^* \setminus 1$

بين بالترجع أن :

$$\prod_{k=2}^n \left(1 - \frac{1}{k}\right) = \frac{1}{n}$$

ملاحظة : الرمز  $\prod_{k=2}^n$  يختصر الكتابة :

$$\left(1 - \frac{1}{2}\right) \times \left(1 - \frac{1}{3}\right) \times \dots \times \left(1 - \frac{1}{n}\right)$$

**التمرين 3**

نعتبر التطبيق :  $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$   
 $x \rightarrow \frac{2x}{1+|x|}$

- (1) بين أن  $f$  تطبيق تبايني
- (2) بين أن :  $|f(x)| < 2$  لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$ . هل  $f$  تطبيق شمولي ؟
- (3) حدد مجالا  $J$  ضمن  $\mathbb{R}$  بحيث يكون  $f$  تقابلا من  $\mathbb{R}$  نحو  $J$ .
- (4) حدد  $f^{-1}$  التقابل العكسي للتقابل  $f : \mathbb{R} \rightarrow J$ .

من إعداد : ذ. بن داود محمد