

5 نقط

01. لنعتبر التطبيقات التالية :

$$\begin{cases} h : \mathbb{R} \times \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \times \mathbb{R} \\ (x, y) \mapsto h((x, y)) = (x + 3y, x - y) \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} g : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N} \\ (n, p) \mapsto g((n, p)) = n + p \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \\ x \mapsto f(x) = \sin x \end{cases}$$

1. هل التطبيق f تبايني؟ هل التطبيق f شمولي؟ (مغلا جوابك)..... (1 ن)
2. حدد $g^{-1}(\{3\})$ (1 ن)
3. بين أن : التطبيق h تقابلي؟ حدد $h(\mathbb{R}^2)$ و $h^{-1}(\mathbb{R}^2)$ (1 ن + 0,5 + 0,5)

3 نقط

02.

1. ما هي قيمة حقيقية العبارة التالية : $\frac{1}{(n-2)(n-1)n} \leq \frac{1}{n^3}$, $\forall n \in \mathbb{N}^* \setminus \{1, 2\}$. (مغلا جوابك) . (1 ن)
2. لنعتبر p من \mathbb{N}^* .
أ- بين أن : $1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{p}} \geq \sqrt{p}$: $\forall p \in \mathbb{N}^*$ (بدون استعمال التراجع) . (1 ن)
3. بين أن المعادلة التالية ليس لها حل : $\sqrt{x+1} + \sqrt{x+10} + \sqrt{x+100} = 12$: $x \in [-1, +\infty[$ (E) : (1 ن)

3 نقط

03.

1. لنعتبر $\{1\} \setminus \mathbb{N}^*$ و $n \in \mathbb{N}^*$. استدل بالخلف على ما يلي : إذا كان العدد q يقسم العدد n إذن q لا يقسم $n+1$. (1 ن)
2. بين أن : لكل n من \mathbb{N} أن العدد $4^{2n+2} - 15n - 16$ يقبل القسمة على 225 . (2 ن)

4 نقط

04.

1. أكتب بالتفصيل المجموعة : $F = \{r \in \mathbb{Q} / \exists (n, p) \in \mathbb{N}^2, r = \frac{n}{p} \text{ و } 1 \leq p \leq 3n \leq 9\}$. (1 ن)
2. لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E بين أن :
أ- $A \cap (B \setminus C) = (A \cap B) \setminus (A \cap C)$. (1 ن)
ب- بين أن : $(B \setminus C \subset A \text{ و } C \setminus D \subset A) \Rightarrow B \setminus D \subset A$. (2 ن)

2 نقط

05.

- ليكن a و b و c من \mathbb{R}^+ . بين أن : $(a+b)(b+c)(c+a) \geq 8abc$. (2 ن)

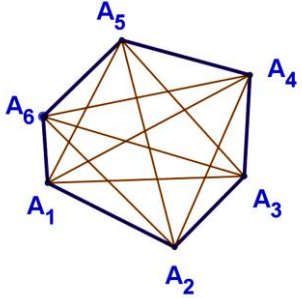
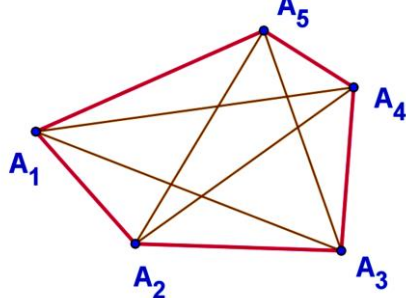
3 نقط

06.

لنعتبر المضلعات المحدبة التالية : (P_4 مضلع رباعي محدب - P_5 مضلع خماسي محدب - P_6 مضلع سداسي محدب) أنظر الشكل .

1. ما هو عدد أقطار كل من المضلعات P_4 و P_5 و P_6 ؟ (0,5 ن)
2. لنعتبر $P_n = A_1 A_2 A_3 \dots A_{n-1} A_n$ مضلع محدب حيث عدد رؤوسه هو n مع n عدد صحيح طبيعي و $n \geq 4$. نضع d_n هو عدد أقطار المضلع المحدب P_n . لنعتبر الصيغتين التاليتين حيث إحدهما تحقق الجواب عن السؤال الأول من هي ؟
الصيغة الأولى : $d_{n+1} = 3 + d_n$ (1) الصيغة الثانية : $d_{n+1} = n - 1 + d_n$ (2) (0,5 ن)
3. بين بالتراجع : كل مضلع محدب P_n حيث عدد رؤوسه هو n مع n عدد صحيح طبيعي و $n \geq 4$ بأن عدد أقطاره d_n يحقق كذلك العلاقة التالية : $d_n = \frac{n^2 - 3n}{2}$. (2 ن)



مضلع سداسي محدب	مضلع خماسي محدب	مضلع رباعي محدب
<p>الشكل 3</p> 	<p>الشكل 2</p> 	<p>الشكل 1</p> 