منارة الفردوس نيابة الخميسات	فرض محروس رقم 01 الدورة الأولى : 2010/2009	الأولى بالك علوم رياضية ذ : عبدالله بن لختير

$\boxed{Durée : 02h30}$

- التمرين رقم 01: $(02\,pts)$

1)- أكتب نفي العبارة : p :« $(\forall x \in \mathbb{R}), x^2 \in \mathbb{Q} \Rightarrow x \in \mathbb{Q}$ » .

2)- باستعمال الإستدلال بالمثال المضاد ، بين أن العبارة p خاطئة .

- التمرين رقم 02: $(02\,pts)$

← حل في $\mathbb{R}^2$ المعادلة : $(\mathrm{E}) : 2\sqrt{x-1} + 4\sqrt{y-4} = x + y$.

- التمرين رقم 03: $(02\,pts)$

لكل n من $\mathbb{N}$ ، نضع : $\mathrm{P}(n) = n^2 + 7n + 12$.

1)- بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}), (n+3)^2 < \mathrm{P}(n) < (n+4)^2$.

2)- باستعمال الإستدلال بالخلف ، بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}), \sqrt{\mathrm{P}(n)} \notin \mathbb{N}$.

- التمرين رقم 04: $(02\,pts)$

← بين أن : $(\forall x \in \mathbb{R}), x^6 - x^5 + x^4 - x^3 + x^2 - x + \frac{3}{4} > 0$.

(يمكنك الإستدلال بفصل الحالات ، ودراسة حالة : $x \leq 0$ و $x \geq 1$ و $0 < x < 1$) .

- التمرين رقم 05: $(03\,pts)$

لتكن a و b و c و d أعدادا حقيقية موجبة قطعا و مختلفة فيما بينها مثنى مثنى .

← بين أن : $ab < \left(\frac{a+b}{2}\right)^2$ ، ثم إستنتج أن : $abcd < \left(\frac{a+b+c+d}{4}\right)^4$.

- التمرين رقم 06: $(03\,pts)$

1)- بين أن : $\forall (x,y) \in \left(\mathbb{R}^{+*}\right)^2, x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \left(1 < x + y \leq \sqrt{2}\right)$.

2)- إستنتج أن : $\forall (x,y) \in \left(\mathbb{R}^{-*}\right)^2, x^2 + y^2 = 1 \Rightarrow \left(-\sqrt{2} \leq x + y < -1\right)$.

- التمرين رقم 07: $(03\,pts)$

ليكن n من $\mathbb{N}^*$.

1)- بين أنه إذا كان n فرديا ، فإن $n = 4k + r$ حيث $k \in \mathbb{N}$ و $r \in \{1;3\}$.

2)- باستعمال الإستدلال بمضاد العكس ، بين أن : (n عدد زوجي) $\Rightarrow$ ($n^2 - 1$ لا يقبل القسمة على 8) .

- التمرين رقم 08: $(03\,pts)$

1)- بين بالترجع أنه لكل n من $\mathbb{N}$ ، $n(n^2+5)$ يقبل القسمة على 6 .

2)- بين بالترجع أن : $(\forall n \in \mathbb{N}^*), \sum_{k=1}^{n} k\left(\frac{4}{5}\right)^k = \frac{4 \times 5^{n+1} - (5+n)4^{n+1}}{5^n}$.