

التاريخ: 10/15/2010

فردية: 1

المدة: ساعتان

مادة: الرياضيات

أولى علوم

**التمرين الأول: (8.5 نقط)**

- 1- هل العبارة:  $(\forall x \in \mathbb{R}): |x| > 0$  صحيحة أم خاطئة؟ علل جوابك. 0.5 ن
- 2- حدد قيمة حقيقة العبارة:  $(\forall x \in \mathbb{R}): x^2 \in \mathbb{Q} \Rightarrow x \in \mathbb{Q}$  معللا جوابك. 0.5 ن
- 3- أعط نفي العبارة:  $\forall (a, b) \in (\mathbb{R}^*)^2: ab > 0 \Leftrightarrow \frac{a}{b} > 0$  0.5 ن
- 3- بين أن:  $(\forall x \geq 1): x \neq 5\sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{x^2 - 1} \neq 7$  0.5 ن
- 5- حل في  $\mathbb{R}^*$  المعادلة:  $E\left(\frac{1}{x}\right) = 2$  1 ن
- 6- بين أنه لكل  $n$  من  $\mathbb{N}^*$  لدينا:  $1 \times 2 + 2 \times 3 + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$  1.5 ن
- 7- أثبت أن:  $\forall n \in \mathbb{N}^*: \sqrt{n^2 + 2n + 4} \notin \mathbb{N}$  1 ن
- 8- باستعمال البرهان بفصل الحالات بين أن:  $(\forall x \in \mathbb{N}): E\left(\frac{x}{2}\right) + E\left(\frac{x+2}{2}\right) = E(x)$  1 ن
- 9- حل في  $\mathbb{R}^3$  المعادلة:  $\sqrt{x} + \sqrt{y-1} + \sqrt{z-2} = \frac{x+y+z}{2}$  2 ن

**التمرين الثاني: (3 نقط)**

- 1- بين أن:  $\forall x \in \mathbb{R}^+; \forall y \in \mathbb{R}^+: x + y \geq 2\sqrt{xy}$  0.5 ن
- 2- بين أن:  $(\forall x > 0): x + \frac{1}{x} \geq 2$  0.5 ن
- 3- استنتج أن:  $(\forall a > 0)(\forall b > 0): \frac{a^2+1}{b} + \frac{b^2+1}{a} \geq 4$  2 ن

**التمرين الثالث: (8.5 نقط)**

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \frac{x^2 + 2}{2x}$$

- 1- حدد  $D_f$  مجموعة تعريف الدالة  $f$  و ادرس زوجية الدالة  $f$ . 1 ن
- 2- أ- بين أن لكل عددين حقيقيين موجبين قطعا و مختلفين  $a$  و  $b$  لدينا:  $\frac{f(a) - f(b)}{a - b} = \frac{ab - 2}{2ab}$  2 ن
- ب- أدرس رتبة الدالة  $f$  على كل من المجالين  $[\sqrt{2}, +\infty[$  و  $]0, \sqrt{2}[$ . 2 ن
- ج- استنتج رتبة  $f$  على كل من المجالين  $]-\infty, -\sqrt{2}[$  و  $]-\sqrt{2}, 0[$ . 1 ن
- 3- لتكن  $g$  و  $h$  الدالتين المعرفتين على  $]0, +\infty[$  بما يلي:  $g(x) = \sqrt{x}$  و  $h(x) = \frac{x+2}{2\sqrt{x}}$
- أ- تحقق من أن:  $(\forall x \in ]0, +\infty[): h(x) = fog(x)$  0.5 ن
- ب- حدد تغيرات الدالة  $h$  على كل من المجالين  $]0, 2[$  و  $]2, +\infty[$ . 2 ن