

أولى علوم رياضية	فرض محروس 1	
الدورة 1	2012/10/15	ثانوية أنيس الخاصة

ملاحظة : نقطة عن الورقة المنظمة و الدقة في الاستدلال

التمرين 1 (9.5 نقط)		
1- أثبت أن: $\sqrt{2x+8} - \sqrt{x} = 2 \Leftrightarrow x = 4$		1
2- بين أن: $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : \sqrt{n^2 + 2n + 4} \notin \mathbb{N}$		1
3- بين أن: $(x \neq 1 \text{ ou } y \neq 4) \Rightarrow x + y + 5 \neq 2\sqrt{x} + 4\sqrt{y}$		1.5
4- برهن أن: 17 يقسم العدد $2^{6n+3} + 3^{4n+2}$ لكل n من \mathbb{N}		2
5- حل في \mathbb{R} المتراجحة: $\sqrt{x-1} \geq x-4$		1.5
6- حدد قيمة حقيقة العبارة: $(\forall x \in \mathbb{R} : \sqrt{x^2+1} < x) \Rightarrow (\forall x \in \mathbb{R}^+ : x + \frac{1}{x} \leq -2)$ ثم أعط نفيها.		1.5
7- بين أن: $(\forall n \in \mathbb{N}) : 1 + \frac{1}{3} + \frac{1}{9} + \dots + \frac{1}{3^n} = \frac{3}{2} \left(1 - \frac{1}{3^{n+1}}\right)$		1
التمرين 2 (2.5 نقط)		
1- تحقق من أن: $\forall a \in \mathbb{R}^+ ; \forall b \in \mathbb{R}^+ : a + b \geq 2\sqrt{ab}$ وأن: $a + \frac{1}{a} \geq 2$ ($\forall a > 0$)		1
2- استنتج أن: $(\forall x > 0)(\forall y > 0) : \sqrt{x} \left(1 + \frac{1}{y}\right) + \sqrt{y} \left(1 + \frac{1}{x}\right) \geq 4$		1.5
التمرين 3 (4 نقط)		
نعتبر في \mathbb{N} المجموعتين: $A = \left\{n \in \mathbb{N} / \frac{2n+16}{n+2} \in \mathbb{N}\right\}$ و $B = \{n \in \mathbb{N} / n^2 + 12 \leq 8n\}$		
1- بين أن: $A = \{0; 1; 2; 4; 10\}$ و $B = \{2; 3; 4; 5; 6\}$		2
2- أكتب بتفصيل المجموعات: $A \cap B$ و $A \cup B$ و $A - B$		1.5
3- أكتب بادراك المجموعة: $\bar{B} = C_{\mathbb{N}}^A$		0.5
التمرين 4 (4 نقط)		
ليكن A و B جزئين من مجموعة غير فارغة E .		
1- بين أن: $A - B = A \cap \bar{B}$ ($\bar{B} = C_E^B$)		1
2- استنتج أن: $A - (A - B) = A \cap B$ و $B \cup (A - B) = A \cup B$		2
3- برهن أن: $(A - B) \cup (B - A) = (A \cup B) - (A \cap B)$		1