

تمرين رقم 5

نعتبر الدالة g المعرفة بما يلي : $g(x) = x^2 - \frac{2}{x} + 1$

⊖ بينه أنه g تزايدية قطعاً على $]1, +\infty[$

⊖ لتلك f الدالة العديّة المعرفة بما يلي :

$$f(x) = \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x^3 + x - 2}}$$

-1 بينه أنه $D_f =]1, +\infty[$

-2 تحقق أنه $f(x) = \frac{1}{\sqrt{g(x)}}$ وأدرسه رتبة f

تمرين رقم 6

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي : $f(x) = \frac{\sqrt{2x-1}}{x}$

-1 حدد D_f وبيّن أنه الدالة f مصغورة

-2 بينه أنه f مكبوتة بالعدد 1

-3 نضع $g(x) = \frac{2x}{x^2+1}$ و $h(x) = \sqrt{2x-1}$

-أ بينه أنه $T_g(x, y) = \frac{1-xy}{(x^2+1)(y^2+1)}$

-ب أدرسه رتبة الدالة g على $]1, +\infty[$; $[0, 1]$

-ج تحقق أنه $f = g \circ h$ ثم أدرسه رتبة الدالة f

تمرين رقم 7

(1) ليكن n عدداً طبيعياً غير منعدماً ، حدد ما يلي : $E\left(\frac{n+1}{n}\right)$

$$E\left(\sqrt{n^2+n}\right) , E\left(\frac{2n+3}{n+1}\right) ,$$

$$E\left(\sqrt{4n^2+4n}\right) , E\left(\sqrt{(n+1)(n+3)}\right)$$

(2) حل في المجموعة \mathbb{R} المعادلات التالية : $E(1-2x) = 3$

$$E(x^2 - 3x + 3) = 1 , E(\sqrt{x-2}) - 2 = 0$$

(4) حل في \mathbb{R} المتراجحات التالية :

$$2E\left(\frac{2}{x-1}\right) \leq 3 , E(x) \geq 2 , E(3-x) < 1$$

تمرين رقم 8

نعتبر الدالة العديّة f المعرفة بما يلي : $f(x) = E(2x) - 2x$

(1) بينه أنه الدالة f دورية دورها $T = 1$

(2) أكتب تعبير $f(x)$ على كل من $[0, 1[$ و $[1, 2[$

(3) أسمى المنحنى (C_f) على المجال $[-3, 5[$

تمرين رقم 1

a و b و c أعداد حقيقية من \mathbb{R}^+ نعتبر الدالة f :

$$f(x) = x^2 - (b+c)x + b^2 + c^2 - bc$$

⊖ اعط جدول تغيرات الدالة f

⊖ استنتج أنه $ab + bc + ca \leq a^2 + b^2 + c^2$

تمرين رقم 2

نعتبر الدالتين :

$$g(x) = (x-1)^3 \text{ و } f(x) = \frac{-x^3 + 3x^2 - 3x + 1}{x^3}$$

(a) بينه أنه $T_g(x, y) = \left(x + \frac{y-3}{2}\right)^2 + \frac{3}{4}(y-1)^2$

(b) تحقق أنه $f(x) = g\left(\frac{1}{x}\right)$ لكل x من \mathbb{R}^*

(c) أدرسه رتبة f على \mathbb{R}_+^* و \mathbb{R}_-^*

تمرين رقم 3

نعتبر الدالة العديّة f المعرفة بما يلي : $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{1-x}$

⊖ حدد D_f وأحسب $(f(x))^2$ ثم استنتج أنه $1 \leq f(x) \leq 2$

بينه أنه :

$$\frac{f(x)-f(y)}{x-y} = \frac{1}{\sqrt{x}+\sqrt{y}} + \frac{1}{\sqrt{1-x}+\sqrt{1-y}}$$

⊖ أدرسه رتبة الدالة f على $\left[0, \frac{1}{2}\right]$ وعلى $\left[\frac{1}{2}, 1\right]$

⊖ لتلك h الدالة المعرفة على $]2, +\infty[$ بما يلي :

$$g(x) = \frac{2}{x} \text{ ونضع } h(x) = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{x-2}}{\sqrt{x}}$$

⊖ بينه أنه $h = f \circ g$ ثم أدرسه رتبة الدالة h

تمرين رقم 4

نعتبر الدالة العديّة f المعرفة بـ : $f(x) = x^3 + x^2 + x$

-1 بينه أنه $x^2 + x(1+y) + y^2 + y + 1 > 0$

لكل x و y من \mathbb{R}

-2 أدرسه رتبة الدالة f

-3 لتلك g الدالة بحيث : $g(x) = \frac{1+x+\sqrt{x}}{\sqrt{x}}$

-4 تحقق أنه $g(x) = f\left(\frac{1}{\sqrt{x}}\right)$ ثم أدرسه رتبة الدالة g