

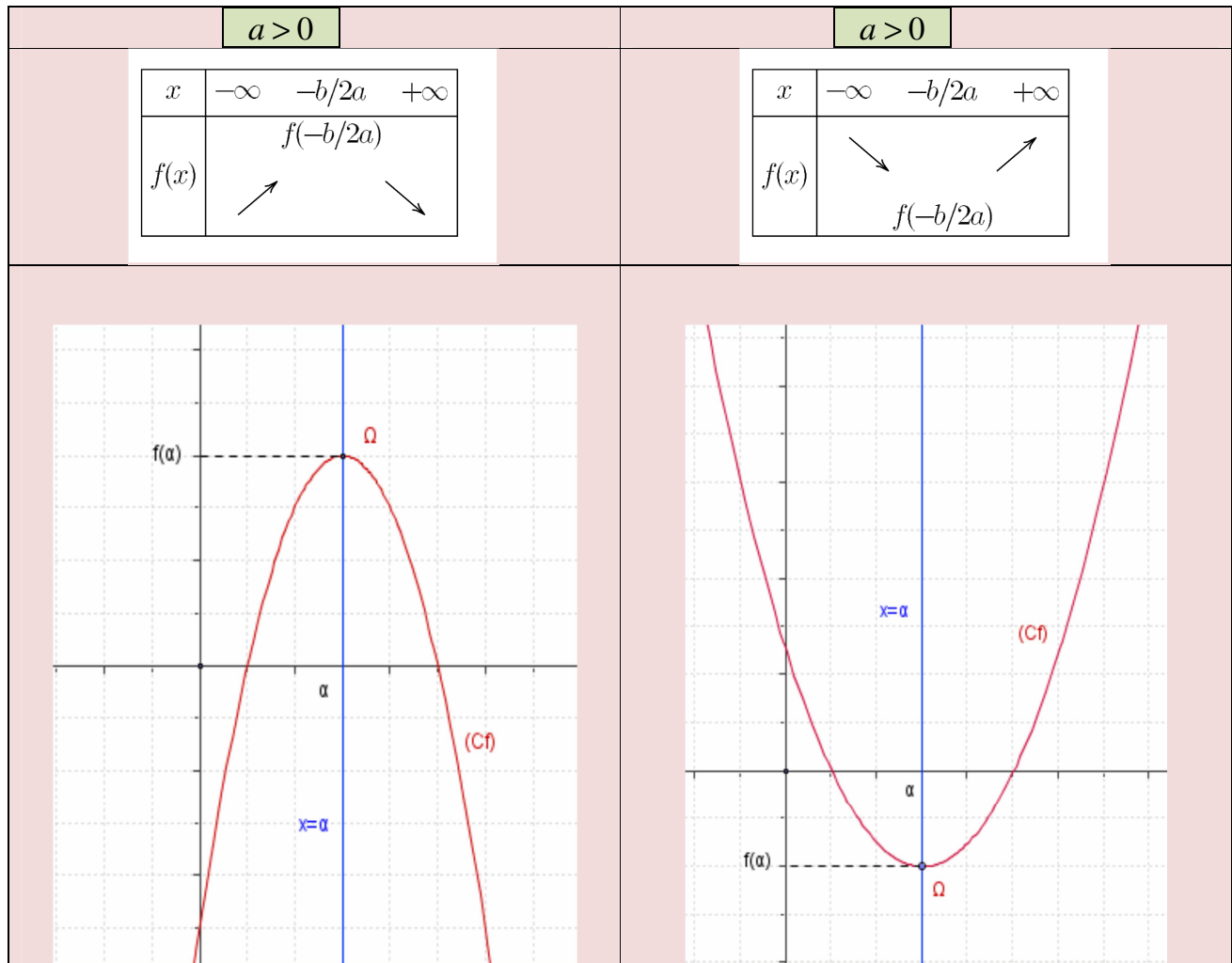
## عموميات حول الدوال العددية

تذكير : دراسة بعض الدوال الإعتيادية

دراسة و تمثيل الدالة  $f : x \mapsto ax^2 + bx + c$  ( $a \neq 0$ )

$$\alpha = \frac{-b}{2a} \text{ نضع}$$

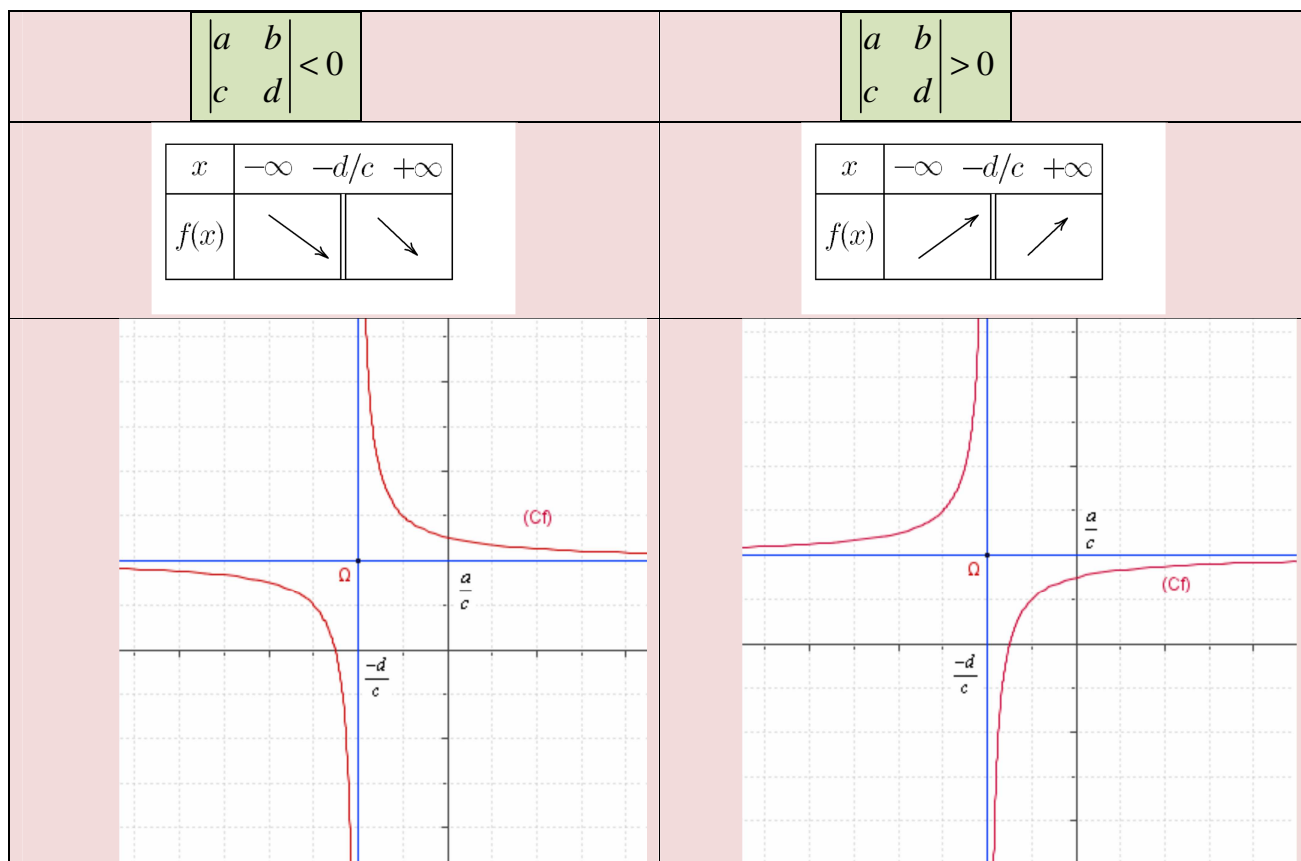
التمثيل المبياني للدالة  $x \mapsto ax^2 + bx + c$  عبارة عن شلجم رأسه  $\Omega(\alpha, f(\alpha))$  و محوره هو المستقيم الذي معادلته  $x = \alpha$ .



دراسة و تمثيل الدالة  $f : x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$

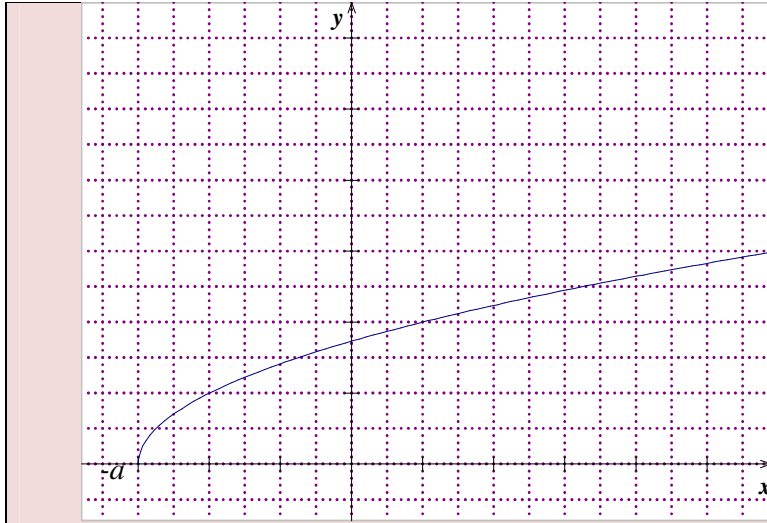
نعتبر الدالة  $f : x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$   
 الدالة  $f$  تسمى دالة متخاطة  
 لدينا  $D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{ \frac{-d}{c} \right\} = ]-\infty, \frac{-d}{c}[ \cup ]\frac{-d}{c}, +\infty[$   
 التمثيل المبياني للدالة  $x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$  عبارة عن هذلول مركزه  $\Omega \left( \frac{-d}{c}, \frac{a}{c} \right)$  و مقارياه هما المستقيمان اللذين معادلتاهما :  
 $y = \frac{a}{c}$  و  $x = \frac{-d}{c}$

العدد  $\begin{vmatrix} a & b \\ c & d \end{vmatrix} = ad - bc$  يسمى محددة الدالة  $f : x \mapsto \frac{ax+b}{cx+d}$



دراسة الدالة  $f: x \mapsto \sqrt{x+a}$

نعتبر الدالة  $f: x \mapsto \sqrt{x+a}$   
لدينا  $D_f = [-a, +\infty[$

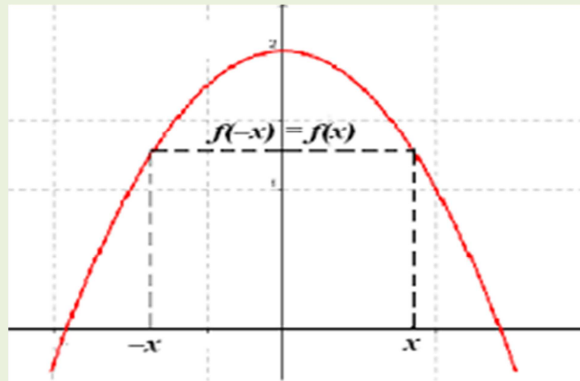


$x$	$-a$	$+\infty$
$f(x)$	$0$	$\nearrow$

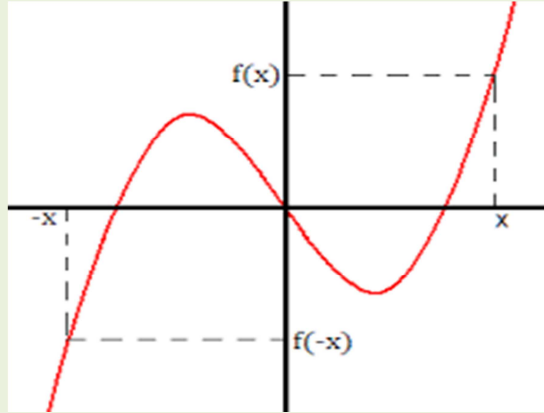
الدالة الزوجية – الدالة الفردية

لتكن  $f$  دالة عددية و  $D_f$  مجموعة تعريفها.

•  $f$  زوجية إذا وفقط إذا كان لكل  $x$  من  $D_f$  :  $-x \in D_f$  و  $f(-x) = f(x)$



- $f$  فردية إذا وفقط إذا كان لكل  $x$  من  $D_f : D_f$  و  $-x \in D_f$  و  $f(-x) = -f(x)$



لتكن  $f$  دالة عددية و  $C_f$  منحناها في معلم متعامد  $(O, \vec{i}, \vec{j})$ .

- $f$  زوجية يعني أن  $C_f$  متماثل بالنسبة لمحور الأرتاب
- $f$  فردية يعني أن  $C_f$  متماثل بالنسبة لأصل المعلم

#### الدالة المكبورة – الدالة المصغورة – الدالة المحدودة

لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على مجال  $I$  من  $\mathbb{R}$ .

- نقول إن  $f$  مكبورة على  $I$  إذا وجد عدد حقيقي  $M$  بحيث :  $f(x) \leq M$  لكل  $x$  من  $I$
- نقول إن  $f$  مصغورة على  $I$  إذا وجد عدد حقيقي  $m$  بحيث :  $m \leq f(x)$  لكل  $x$  من  $I$
- نقول إن  $f$  محدودة إذا كانت  $f$  مكبورة و مصغورة

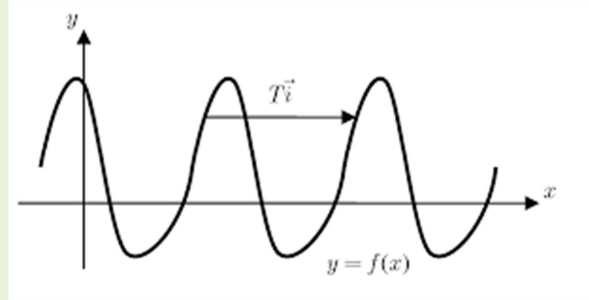
لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على مجال  $I$  من  $\mathbb{R}$ .

تكون  $f$  دالة محدودة على  $I$  إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي موجب  $k$  بحيث :  $|f(x)| \leq k$  لكل  $x$  من  $I$

الدالة الدورية

نقول إن  $f$  دالة دورية إذا وجد عدد حقيقي  $T$  موجب قطعاً بحيث :

$$\begin{cases} (\forall x \in D_f) : x + T \in D_f \\ (\forall x \in D_f) : f(x + T) = f(x) \end{cases}$$



العدد  $T$  يسمى دور للدالة  $f$   
أصغر دور موجب قطعاً يسمى دور الدالة  $f$

إذا كان  $T$  دوراً لدالة عددية  $f$  فإنه لكل  $k$  من  $\mathbb{Z}$  :  $(\forall x \in D_f) f(x + kT) = f(x)$

مطاريق دالة عددية

لتكن  $f$  دالة عددية معرفة على مجال  $I$  و  $a$  عنصراً من المجال  $I$

- نقول إن  $f(a)$  هي القيمة القصوى للدالة  $f$  على المجال  $I$  ، إذا كان :  $f(x) \leq f(a)$  لكل  $x$  من  $I$
- نقول إن  $f(a)$  هي القيمة الدنيا للدالة  $f$  على المجال  $I$  ، إذا كان :  $f(x) \geq f(a)$  لكل  $x$  من  $I$

### مقارنة دالتين – التأويل الهندسي

لتكن  $f$  و  $g$  دالتين عدديتين و  $D_f$  و  $D_g$  على التوالي مجموعة تعريفهما.

$$D = D_f = D_g \text{ حيث } \begin{cases} D_f = D_g \\ (\forall x \in D); f(x) = g(x) \end{cases} \Leftrightarrow f = g$$

لتكن  $f$  و  $g$  دالتين عدديتين معرفتين على مجال  $I$ .

نقول إن  $f$  أصغر من أو تساوي  $g$  على  $I$ ، إذا وفقط إذا كان:  $(\forall x \in I); f(x) \leq g(x)$   
هندسيا: منحنى الدالة  $f$  على  $I$  يوجد تحت منحنى الدالة  $g$  على  $I$ .

### مركب دالتين

لتكن  $f$  و  $g$  دالتين عدديتين معرفتين على التوالي على  $D_f$  و  $D_g$

$$\text{نضع } D = \{x \in \mathbb{R} / x \in D_f, f(x) \in D_g\}$$

الدالة العددية  $h$  المعرفة على  $D$  بما يلي:  $h(x) = g(f(x))$ ، تسمى مركب الدالتين  $f$  و  $g$  في هذا الترتيب و يرمز لها بالرمز  $g \circ f$

### رتابة دالة عددية

$f$  دالة عددية و  $I$  مجالا ضمن  $D_f$ .

- $f$  تزايدية على  $I$  يعني أنه لكل عنصرين  $a$  و  $b$  من  $I$ : إذا كان  $a \leq b$  فإن  $f(a) \leq f(b)$
- $f$  تزايدية قطعا على  $I$  يعني أنه لكل عنصرين  $a$  و  $b$  من  $I$ : إذا كان  $a < b$  فإن  $f(a) < f(b)$
- $f$  تناقصية على  $I$  يعني أنه لكل عنصرين  $a$  و  $b$  من  $I$ : إذا كان  $a \leq b$  فإن  $f(a) \geq f(b)$
- $f$  تناقصية قطعا على  $I$  يعني أنه لكل عنصرين  $a$  و  $b$  من  $I$ : إذا كان  $a < b$  فإن  $f(a) > f(b)$

$f$  دالة عددية و  $I$  مجالا ضمن  $D_f$ .  
 $\triangleright f$  رتيبة على  $I$  يعني  $f$  تزايدية أو تناقصية على  $I$ .  
 $\triangleright f$  رتيبة قطعا على  $I$  يعني  $f$  تزايدية قطعا أو تناقصية قطعا على  $I$ .

$f$  دالة عددية و  $D_f$  مجموعة تعريفها و  $a$  و  $b$  عنصران مختلفان من  $D_f$   
العدد  $T = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$  يسمى معدل تغير  $f$  بين  $a$  و  $b$

لتكن  $f$  دالة عددية و  $T = \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$  معدل تغيرها بين عنصرين مختلفين  $a$  و  $b$  من مجال  $I$  ضمن  $D_f$   
 $\color{red}{\oplus}$  إذا كان  $T \geq 0$  فإن  $f$  تزايدية على  $I$   
 $\color{red}{\oplus}$  إذا كان  $T > 0$  فإن  $f$  تزايدية قطعا على  $I$   
 $\color{red}{\ominus}$  إذا كان  $T \leq 0$  فإن  $f$  تناقصية على  $I$   
 $\color{red}{\ominus}$  إذا كان  $T < 0$  فإن  $f$  تناقصية قطعا على  $I$

$f$  دالة عددية مجموعة تعريفها  $D_f$  متماثلة بالنسبة للعدد 0  
ليكن  $I$  مجالا من  $\mathbb{R}^+$  ضمن  $D_f$  و  $I'$  مماثل  $I$  بالنسبة للعدد 0  
 $\color{red}{\diamond}$  في حالة  $f$  دالة زوجية ، لدينا :  
• إذا كانت  $f$  تزايدية على  $I$  فإنها تناقصية على  $I'$   
• إذا كانت  $f$  تناقصية على  $I$  فإنها تزايدية على  $I'$   
 $\color{red}{\diamond}$  في حالة  $f$  دالة فردية ، لدينا :  
•  $f$  لها نفس منحنى التغيرات على كل من  $I$  و  $I'$ .

### رتابة مركب دالتين

لتكن  $f$  و  $g$  دالتين عدديتين معرفتين على التوالي على المجالين  $I$  و  $J$  بحيث :  $f(x) \in J$  لكل  $x$  من  $I$  (  $f(I) \subset J$  ) ،  
لدينا :  
• إذا كانت  $f$  تزايدية قطعا على  $I$  و  $g$  تزايدية قطعا على  $J$  فإن  $g \circ f$  تزايدية قطعا على  $I$   
• إذا كانت  $f$  تزايدية قطعا على  $I$  و  $g$  تناقصية قطعا على  $J$  فإن  $g \circ f$  تناقصية قطعا على  $I$   
• إذا كانت  $f$  تناقصية قطعا على  $I$  و  $g$  تزايدية قطعا على  $J$  فإن  $g \circ f$  تناقصية قطعا على  $I$   
• إذا كانت  $f$  تناقصية قطعا على  $I$  و  $g$  تناقصية قطعا على  $J$  فإن  $g \circ f$  تزايدية قطعا على  $I$