

تطبيقات الجداء السلمي

التمرين الأول

A ; B نقطتان من المستوى (P) : جدّد و أنشئ المجموعتين

$$E = \{M \in (P) / \overline{MA} \cdot \overline{MB} - MA^2 = 0\}$$

$$F = \{M \in (P) / (\overline{MA} + \overline{MB}) \cdot (\overline{MA} + 3\overline{MB}) = 0\}$$

التمرين الثاني

نعتبر في المستوى (P) مثلثا ABC بحيث : $AB = 2$; $AC = 1$ و I , J منتصفا القطعتين $[AB]$

$$E = \{M \in (P) / MA^2 + MB^2 - 2\overline{MA} \cdot \overline{MC} = 4\}$$
 و نضع $[AC]$

(1) تحقق، أو $A \in (E)$

$$(2) \quad (i) \quad \text{أثبت أن } (\forall M \in (P)) \quad \overline{MA} \cdot \overline{MC} = MJ^2 - \frac{1}{4}$$

$$(ii) \quad \text{بين أن } \forall M \in (P) : M \in (E) \Leftrightarrow MI^2 - MJ^2 = \frac{3}{4}$$

(3) جدّد المجموعة (E)

التمرين الثالث

نعتبر في المستوى (P) مستطيلاً $ABCD$ بحيث $BC = a$; $AB = 2a$ مع $a > 0$

و لتكن G مرجح النقطتين $(A,1)$; $(B,3)$ و I منتصف القطعة $[CD]$

$$(1) \quad \text{بين أن } (\forall M \in (P)) : (\overline{MA} + 3\overline{MB}) \cdot (\overline{MC} + \overline{MD}) = 8\overline{MG} \cdot \overline{MI}$$

$$(2) \quad \text{بين أن } IG = a \frac{\sqrt{5}}{2} \quad \text{ثم المجموعة } (E) \text{ للنقط } M \text{ بحيث : } (\overline{MA} + 3\overline{MB}) \cdot (\overline{MC} + \overline{MD}) = \frac{11a^2}{2}$$

التمرين الرابع

ABC مثلث في المستوى (P) بحيث : $BC = 4$; $AB = 3$ و $AC = 5$

و لتكن G مرجح النقط $(A,1)$; $(B,4)$; $(C,1)$

ونعتبر التطبيق f الذي يربط M بالعدد الحقيقي الموجب $f(M) = MA^2 + 4MB^2 + MC^2$

$$(1) \quad \text{بين أن } (\forall M \in (P)) : f(M) = 6MG^2 + f(G)$$

$$(2) \quad \text{أ- بين أن } G \text{ مرجح النقطتين } (B,4) ; (I,2) \text{ حيث أن } I \text{ هي منتصف } [AC]$$

$$\text{ب- بين أن } GA^2 + GC^2 = 2GI^2 + \frac{AC^2}{2} \text{ و أحسب } f(G)$$

$$(1) \quad \text{جدّد طبيعة المجموعة } (E) \text{ للنقط } M \text{ من المستوى } (P) \text{ و التي تحقق : } f(M) = 25$$

التمرين الخامس

ABC مثلث بحيث $BC = 6$, $AB = AC = 5$ - أحسب $\overline{AB} \cdot \overline{AC}$

$$2 - \text{نضع } f(M) = 2\overline{MB} \cdot \overline{MC} + \overline{MAB} + \overline{MAC}$$

أ: أحسب $f(A)$

ب: G مرجح النقط المتزنة $(A,2)$, $(B,3)$, $(C,3)$ أحسب $f(G)$

$$3 - \text{أ: بين أن } f(M) = f(G) + 4MG^2$$

ب: جدّد مجموعة النقط M بحيث $f(G) = f(A)$