

## تحليلية الجداء السلمي و تطبيقاته

نعتبر في جميع الفقرات أن المستوى منسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{i}, \vec{j})$

### الصيغة التحليلية للجداء السلمي

إذا كانت  $\vec{U}(x, y)$  و  $\vec{V}(x', y')$  فإن  $\vec{U} \cdot \vec{V} = xx' + yy'$

$$\sin(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\det(\vec{u}, \vec{v})}{\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|} \quad \text{و} \quad \cos(\widehat{\vec{u}, \vec{v}}) = \frac{\vec{u} \cdot \vec{v}}{\|\vec{u}\| \times \|\vec{v}\|}$$

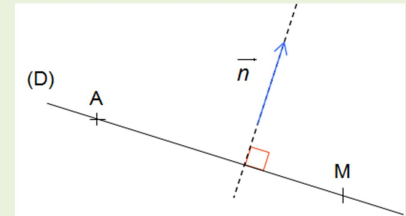
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} |\det(\overline{AB}, \overline{AC})| : \text{مساحة مثلث } ABC$$

### المستقيم في المستوى

• كل مستقيم  $(D)$  معادلته الديكارتية تكتب على شكل  $ax + by + c = 0$

المتجهة  $\vec{u}(-b, a)$  متجهة موجهة ل  $(D)$

المتجهة  $\vec{n}(a, b)$  متجهة منظمية ل  $(D)$



• ليكن  $(D)$  المستقيم المار من  $A(x_A, y_A)$  و  $\vec{n}(a, b)$  متجهة موجهة ل  $(D)$

$$\text{لدينا } (D) = \{M \in (P) / \vec{n} \cdot \overline{AM} = 0\}$$

• الأوضاع النسبية لمستقيمين :

لتكن  $\vec{n}(a, b)$  متجهة منظمية ل  $(D)$

و لتكن  $\vec{n}'(c, d)$  متجهة منظمية ل  $(\Delta)$

▪ إذا كانت  $\det(\vec{n}, \vec{n}') \neq 0$  فإن  $(D)$  و  $(\Delta)$  متقاطعان في نقطة وحيدة

▪ إذا كانت  $\det(\vec{n}, \vec{n}') = 0$  فإن  $(D)$  و  $(\Delta)$  متوازيين

مسافة نقطة عن مستقيم :

- ليكن  $(D): ax + by + c = 0$  و  $H(x_H, y_H)$
- لدينا :  $d(H, (D)) = \frac{|ax_H + by_H + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$

معادلة ديكارتية لدائرة

لتكن  $(C)$  دائرة مركزها  $\Omega(a, b)$  و شعاعها  $r$

$$(C) = \{M \in (P) / \Omega M = r\}$$

أ. معادلة ديكارتية لدائرة معرفة بمركزها و شعاعها:

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2$$

ب. معادلة ديكارتية لدائرة معرفة بأحد أقطارها  $[AB]$

طريقة 1:

لدينا  $\Omega(a, b)$  مركز  $(C)$  هو منتصف  $[AB]$

$$\text{أي : } a = \frac{x_A + x_B}{2} \text{ و } b = \frac{y_A + y_B}{2}$$

و شعاع الدائرة  $(C)$  هو  $r = \frac{AB}{2}$

$$(x - a)^2 + (y - b)^2 = \left(\frac{AB}{2}\right)^2$$

طريقة 2:

لتكن  $(C)$  دائرة أحد أقطارها  $[AB]$

$$(C) = \{M \in (P) / \overline{AM} \cdot \overline{BM} = 0\}$$

ج. معادلة ديكارتية لدائرة معرفة بثلاث نقط

لتكن  $(C)$  دائرة تملر من النقط  $A$  و  $B$  و  $C$

$(C)$  هي دائرة مركزها  $\Omega(a, b)$  هي نقطة تقاطع واسطين من المثلث  $ABC$  و شعاع  $(C)$  هو :  $r = \Omega A = \Omega B = \Omega C$

د. تمثيل بارامتري لدائرة

لتكن (C) دائرة مركزها  $\Omega(a,b)$  و شعاعها  $r$

$$\begin{cases} x = a + r \cos \theta \\ y = b + r \sin \theta \end{cases}$$

تحديد داخل و خارج الدائرة :

لتكن (C) دائرة مركزها  $\Omega$  و شعاعها  $r$  و  $A$  نقطة من المستوى

- إذا كانت  $\Omega A < r$  فإن  $A$  توجد داخل الدائرة
- إذا كانت  $\Omega A = r$  فإن  $A$  تنتمي إلى الدائرة
- إذا كانت  $\Omega A > r$  فإن  $A$  توجد خارج الدائرة

الأوضاع النسبية للدائرة و المستقيم في المستوى

ليكن (D) المستقيم ذي المعادلة  $ax + by + c = 0$  و لتكن (C) دائرة مركزها  $\Omega(x_\Omega, y_\Omega)$  و شعاعها  $r$

و لتكن  $d$  مسافة  $\Omega(x_\Omega, y_\Omega)$  عن المستقيم (D)

الحالة 1: إذا كان  $d > r$  فإن (C) و المستقيم (D) لا يتقاطعان

الحالة 2: إذا كان  $d = r$  فإن المستقيم (D) و الدائرة (C) يتقاطعان في نقطة وحيدة و نقول أن (D) مماس للدائرة (C)

الحالة 3: إذا كان  $d < r$  فإن (D) و (C) يتقاطعان في نقطتين مختلفتين

معادلة المماس للدائرة (C) عند إحدى نقطتها

ليكن (D) المستقيم المماس للدائرة (C) في النقطة  $H$

لدينا :  $M(x, y) \in (D) \Leftrightarrow \overline{H\Omega} \cdot \overline{HM} = 0$

تحديد مجموعة النقط  $M$  وإشارة الطريقة :

إشارة الطريقة	مجموعة النقط $M$ التي تحقق
مبرهنة المتوسط : $MA^2 + MB^2 = 2MI^2 + \frac{AB^2}{2}$	$MA^2 + MB^2 = k$
$MA^2 - MB^2 = 2\overline{IM} \cdot \overline{AB}$ ( $I$ منتصف $[AB]$ )	$MA^2 - MB^2 = k$

$\overline{MA} \cdot \overline{MB} = MI^2 - \frac{AB^2}{4} \quad (I \text{ منتصف } [AB])$	$\overline{MA} \cdot \overline{MB} = k$
$\frac{MA}{MB} = k \Leftrightarrow (\overline{MA} - k \overline{MB}) \cdot (\overline{MA} + k \overline{MB}) = 0$ $\Leftrightarrow \overline{MG} \cdot \overline{MH} = 0$ <p>مع <math>H</math> مرجح <math>(A,1)</math> و <math>(B,k)</math> و <math>G</math> مرجح <math>(A,1)</math> و <math>(B,-k)</math></p>	$\frac{MA}{MB} = k$
$aMA^2 + bMB^2 = a(\overline{MG} + \overline{GA})^2 + b(\overline{MG} + \overline{GB})^2 = (a+b)MG^2 + aGA^2 + bGB^2$ <p>مع <math>a+b \neq 0</math></p>	$aMA^2 + bMB^2 = k$