

## 1. تمرين

### 1 أنحدد $G_1$

النقطة  $G_1$  توجد على القضيب وتحقق التوازن

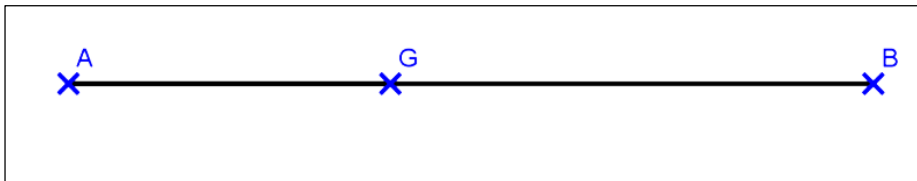
إذن حسب قانون أرخميدس  $20AG_1 = 5BG_1$

ولدينا :  $AG_1 + BG_1 = 2 \Leftrightarrow BG_1 = 2 - AG_1$

$$20AG_1 = 5(2 - AG_1)$$

$$25AG_1 = 10$$

$$AG_1 = \frac{2}{5}m$$



**ب** نحدد  $a$  و  $b$  حيث  $a\overrightarrow{G_1A} + b\overrightarrow{G_1B} = \vec{0}$

لدينا :  $AG_1 = 40cm$  و  $BG_1 = 160cm$

إذن :  $BG_1 = 4AG_1$

بما أن  $G_1 \in [AB]$  فإن  $\overrightarrow{BG_1} = 4\overrightarrow{G_1A}$

$$\overrightarrow{BG_1} = 4\overrightarrow{G_1A} \Leftrightarrow 4\overrightarrow{G_1A} + \overrightarrow{G_1B} = \vec{0}$$

$$(k \in \mathbb{R}^*) \quad 4k\overrightarrow{G_1A} + k\overrightarrow{G_1B} = \vec{0}$$

وبالتالي :  $G_1$  مرجح  $(A, 4k)$  و  $(B, k)$

لدينا :  $AG_1 = 40cm$  و  $BG_1 = 160cm$

نأخذ  $k = 5$  إذن  $G_1$  مرجح  $(A, 20)$  و  $(B, 5)$

$$\text{ومنه : } 20\overrightarrow{G_1A} + 5\overrightarrow{G_1B} = \vec{0}$$

**خلاصة:**  $a=20$  و  $b=5$

**2- أ** نبحث عن وزن السطل المثبت في الطرف B

$$\text{لدينا : } P_A l_A = P_B l_B \Leftrightarrow P_B = \frac{P_A \cdot l_A}{l_B}$$

لدينا :  $l_A = 0,8$  و  $P_A = 20$  و  $l_B = 1,2$

$$\text{إذن : } P_B = \frac{20 \times 0,8}{1,2} = \frac{40}{3}$$

**خلاصة:** وزن السطل المثبت في الطرف B هو  $\frac{40}{3}$ .

**ب** نحدد  $a'$  و  $b'$  حيث :  $a'\overrightarrow{G_2A} + b'\overrightarrow{G_2B} = \vec{0}$

لدينا :  $G_2$  مرجح  $(A, 20)$  و  $(B, \frac{40}{3})$

$$\text{إذن : } 20\vec{G_2A} + \frac{40}{3}\vec{G_2B} = \vec{0}$$

خلاصة:  $a' = 20$  و  $b' = \frac{40}{3}$

### 3 نحدد الوزنين

لدينا :  $AG_3 = 50 \text{ cm}$  و  $AB = 200 \text{ cm}$

$$\text{إذن : } AG_3 = \frac{1}{4}AB$$

$$\text{ومنه : } \vec{AG_3} = \frac{1}{4}\vec{AB}$$

$$\vec{AG_3} = \frac{1}{4}\vec{AB} \Leftrightarrow \vec{AG_3} = \frac{1}{4}\vec{AG_3} + \frac{1}{4}\vec{G_3B}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{4}\vec{AG_3} - \vec{AG_3} + \frac{1}{4}\vec{G_3B} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \frac{3}{4}\vec{G_3A} + \frac{1}{4}\vec{G_3B} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\vec{G_3A} + \vec{G_3B} = \vec{0}$$

$$\text{ومنه : } 3k\vec{G_3A} + k\vec{G_3B} = \vec{0}$$

خلاصة:  $(A, 3k)$  و  $(B, k)$

## 2 تمرين

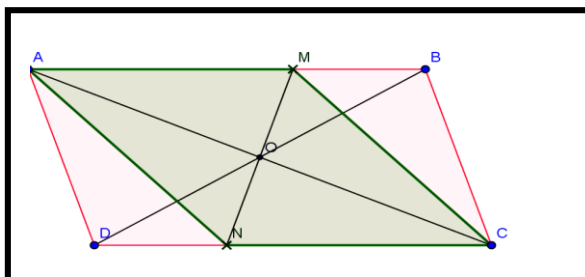
1 نعبّر عن  $\vec{AM}$  بدلالة  $\vec{AB}$   
لدينا :

$$3\vec{AM} - 2\vec{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\vec{AM} = 2\vec{AB}$$

$$\Leftrightarrow \vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB}$$

$$\vec{AM} = \frac{2}{3}\vec{AB} \quad \text{خلاصة:}$$

- ننشئ M



2 نحدد عن  $\vec{AM}$  بدلالة  $\vec{AB}$  .  $a$  و  $b$  حيث : M مرجح  $(A, a)$  و  $(B, b)$



لدينا :

$$3\vec{AM} - 2\vec{AB} = \vec{0} \Leftrightarrow 3\vec{AM} - 2\vec{AM} - 2\vec{MB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{AM} - 2\vec{MB} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{MA} + 2\vec{MB} = \vec{0}$$

ومنه M : مرجح (A,a) و (B,b)

**خلاصة:** a = 1 و b = 2 .**3 نحدد** عن  $\vec{CN}$  بدلالة  $\vec{CD}$ 

لدينا :

$$\vec{CD} + 3\vec{DN} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{CD} + 3\vec{DC} + 3\vec{CN} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 3\vec{CN} = 2\vec{CD}$$

$$\Leftrightarrow \vec{CN} = \frac{2}{3}\vec{CD}$$

**خلاصة:**  $\vec{CN} = \frac{2}{3}\vec{CD}$ 

- ننشئ N (انظر الشكل السابق)

**4 نحدد** a' و b' حيث : N مرجح (C,a') و (D,b')

لدينا :

$$\vec{CD} + 3\vec{DN} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{CN} + \vec{ND} + 3\vec{DN} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow -\vec{NC} - 2\vec{ND} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow \vec{NC} + 2\vec{ND} = \vec{0}$$

ومنه N : مرجح (C,1) و (D,2)

**خلاصة:** a' = 1 و b' = 2**5 نبين أن** NCMA متوازي الاضلاع و O منتصف [MN] .

لدينا M : مرجح (B,b) و (A,a)

**3 تمرين****1 نعطي** العلاقة المتجهيةلدينا :  $1 - 1 + 3 = 5 \neq 0$  و G مرجح (A,1) و (B,-1) و (C,2) و (D,3)

$$\vec{GA} - \vec{GB} + 2\vec{GC} + 3\vec{GD} = \vec{0}$$

**2 نبين أن** :  $3\vec{GJ} + 2\vec{GK} = \vec{0}$ 

لدينا :

- G مرجح (A,1) و (B,-1) و (C,2) و (D,3)

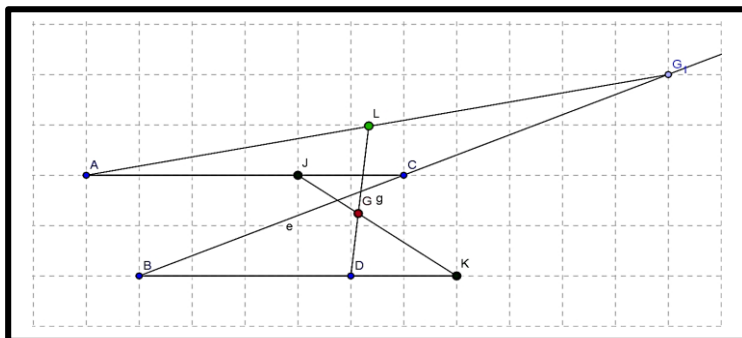
J - مرجح (A,1) و (C,2)  
 K - مرجح (B,-1) و (D,3)  
 إذن : حسب خاصية التجميعية G مرجح (J,3) و (K,2).  
 ومنه :  $3\vec{GJ} + 2\vec{GK} = \vec{0}$   
 ننشئ : G و J و K.  
 لدينا :

J مرجح (A,1) و (C,2) إذن :  $\vec{AJ} = \frac{2}{3}\vec{AC}$

K مرجح (B,-1) و (D,3) إذن :  $\vec{BK} = \frac{3}{2}\vec{BD}$

G مرجح (A,1) و (B,-1) إذن :  $\vec{JG} = \frac{2}{5}\vec{JK}$

ومنه :  $3\vec{GJ} + 2\vec{GK} = \vec{0}$



### 3 ننشئ L

ننشئ  $G_1$  مرجح (B,-1) و (C,2) ( $\vec{BG}_1 = 2\vec{BC}$ )  
 إذن : حسب خاصية التجميعية L مرجح ( $G_1,1$ ) و (A,1)  
 ومنه : L منتصف  $[AG_1]$  (انظر الشكل السابق).

- نبين أن :  $2\vec{GL} + 3\vec{GD} = \vec{0}$

G مرجح (A,1) و (B,-1) و (C,2) و (D,3).

إذن : حسب خاصية التجميعية G مرجح (L,2) و (D,3).

ومنه :  $2\vec{GL} + 3\vec{GD} = \vec{0}$

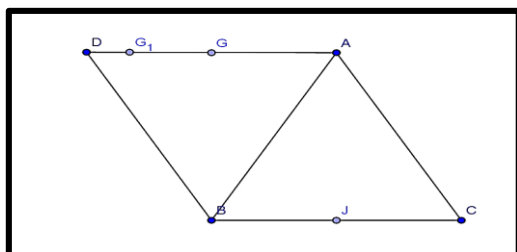
نستنتج طريقة أخرى لإنشاء L.

( حسب ما سبق )  $\vec{GL} = \frac{-3}{2}\vec{GD} \Leftrightarrow 2\vec{GL} + 3\vec{GD} = \vec{0}$  ( انظر الشكل ) .

## 4 تمرين

1 أ نبين أن : G مرجح (A,2) و (B,1) و (C,-1).

لدينا :



$$\begin{aligned} 2\vec{GA} + \vec{GB} - \vec{GC} &= 2\vec{GA} + \vec{GC} + \vec{CB} - \vec{GC} \\ &= 2\left(\frac{1}{2}\vec{BC}\right) + \vec{CB} \\ &= \vec{0} \end{aligned}$$

**خلاصة:** G مرجح (A,2) و (B,1) و (C,-1).  
ب نبين أن :  $(AG) \perp (BG)$

$$\vec{AG} = \frac{1}{2}\vec{CB} \Leftrightarrow (AG) \parallel (BC) \quad \vec{AG} = \frac{1}{2}\vec{CB} \Leftrightarrow (AG) \parallel (BC) : \text{لدينا}$$

نعتبر J منتصف [BC] إذن :  $(AJ) \perp (BC)$  ومنه :  $(AJ) \perp (AG)$  (1)

$$\text{لدينا : } \vec{AG} = \frac{1}{2}\vec{CB} \Leftrightarrow \vec{AG} = \vec{JB} \quad (2)$$

من خلال (1) و (2) نستنتج أن : AGBJ مستطيل

**خلاصة:**  $(AG) \perp (BG)$

$$\vec{GG}_1 = \frac{2}{3}\vec{GD} \quad \text{2 نبين أن :}$$

لدينا :

G مرجح (A,2) و (B,1) و (C,-1).

و  $G_1$  مرجح (A,2) و (B,1) و (C,2) و (D,4).

إذن حسب خاصية التجميعية :  $G_1$  مرجح (G,2) و (D,4).

$$\text{إذن : } 2\vec{G}_1\vec{G} + 4\vec{G}_1\vec{D} = \vec{0}$$

ومنه :

$$2\vec{G}_1\vec{G} + 4\vec{G}_1\vec{D} = \vec{0} \Leftrightarrow 2\vec{G}_1\vec{G} + 4\vec{G}_1\vec{G} + 4\vec{GD} = \vec{0}$$

$$\Leftrightarrow 6\vec{GG}_1 = 4\vec{GD}$$

$$\Leftrightarrow \vec{GG}_1 = \frac{2}{3}\vec{GD}$$

$$\vec{GG}_1 = \frac{2}{3}\vec{GD} \quad \text{خلاصة:}$$

ننشئ :  $G_1$  و D .

$$\text{لدينا : } \vec{AD} = \vec{CB} \quad \vec{GG}_1 = \frac{2}{3}\vec{GD} \quad (\text{انظر الشكل السابق}).$$

**3 نحدد** زوج احداثيتي  $G(a,b)$

لدينا :



G مرجح (A,2) و (B,1) و (C,-1).

$$a = \frac{4-2-1}{2} = \frac{1}{2} \quad \text{و} \quad b = \frac{6+1-1}{2} = 3$$

خلاصة:  $G(\frac{1}{2}, 3)$

نحدد زوج احداثيتي  $G_1(a', b')$ .

لدينا :

$G_1$  مرجح (D,4) و (G,2).

$$\text{ومنه :} \quad a' = \frac{1-4}{6} = \frac{-1}{2} \quad \text{و} \quad b' = \frac{6+8}{6} = \frac{7}{3}$$

خلاصة:  $G_1(\frac{-1}{2}, \frac{7}{3})$