الأول :

ABC مثلث متساوي الأضلاع طول ضلعه a

1ـ بين أن لكل نقطة M لدينا:

$$\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC} = MA^2 - \overrightarrow{AM}\cdot\overrightarrow{AD} + \frac{a^2}{2}$$

حيث أن $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC}$

2ـ حدد المجموعة (C) في الحالات التالية:

أ ـ $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC} = \frac{a^2}{2} + MA^2$

بـ $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC} = \frac{a^2}{2}$

جـ $\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC} = MA^2$

الثاني :

ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A وبحيث AB=2BC=2a

وO منتصف القطعة $[BC]$

1) أـ بين أن $\overrightarrow{AB}\,\overrightarrow{AC} = \frac{7a^2}{2}$

بـ I منتصف القطعة $[AB]$ و E بحيث $\overrightarrow{AE} = \frac{7}{2}\overrightarrow{BC}$

بين أن $\overrightarrow{AC}\,\overrightarrow{EI} = 0$

2) نعتبر المجموعة:

$$C = \{M / 7MA^2 + 4MB^2 + 4MC^2 = 32a^2\}$$

- تحقق أن B و A تنتميان إلى C
- بين أن $M \in C \Leftrightarrow 7MA^2 + 8MO^2 = 30a^2$

3) لتكن G مرجح (A,7) ;(O,8)

أـ بين أن $AG^2 = \frac{16}{15}a^2$ و $OG^2 = \frac{49}{60}a^2$

بـ أثبت أن C دائرة محددا عناصرها المميزة

الثالث :

ABC مثلث ولتكن (Δ) مجموعة النقط M التي تحقق:

$$AM^2 - \overrightarrow{CM}\cdot\overrightarrow{BM} = AB^2$$

أـ حدد طبيعة (Δ)

بـ بين أن:

$(\Delta) = (BC) \Leftrightarrow$ (ABC مثلث متساوي الساقين رأسه A)

الرابع :

نعتبر في المستوى $(\mathcal{P})$ مستطيلا $ABCD$ بحيث

$BC = a$; $AB = 2a$ مع $a > 0$

ولتكن G مرجح النقطتين $(A,1)$; $(B,3)$ و I

منتصف القطعة $[CD]$

أـ بين أن لكل نقطة M من المستوى لدينا

$$\left(\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right) = 8\overrightarrow{MG}\cdot\overrightarrow{MI}$$

بـ بين أن $IG = a\frac{\sqrt{5}}{2}$ ثم المجموعة (E) للنقط M

والتي تحقق: $\left(\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB}\right)\cdot\left(\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MD}\right) = \frac{11a^2}{2}$

الخامس :

$ABCD$ مربعا في المستوى $(\mathcal{P})$ طول ضلعه a

و I منتصف $[AD]$ ولتكن G مرجح

النقط $(A,1)$; $(B,3)$; $(D,4)$

I] نعتبر المجموعة:

$$\zeta = \{M \in (P) / \ MA^2 + 3MB^2 + 4MD^2 = 7a^2\}$$

1) أـ تحقق أن $D \in \zeta$

بـ حدد النقطة E تقاطع $]AB[$ والمجموعة ζ

2) أـ بين أن $GA^2 = GD^2 = \frac{25a^2}{64}$ و $GB^2 = \frac{41a^2}{64}$

بـ استنتج أن ζ دائرة مركزها G وشعاعها $r = \frac{5a}{8}$

جـ بين أن المستقيم (BC) مماس للدائرة ζ

II] نضع $f(M) = \overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB} + 2\overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MD} + MD^2$

1) تحقق أن $f(G) = -\frac{9a^2}{16}$

2) نعتبر في المستوى $(\mathcal{P})$ المجموعة $\Gamma = f^{-1}(\{0\})$

أـ تحقق أن $I \in \Gamma$

بـ بين أن Γ دائرة مركزها G وشعاعها $r' = \frac{3a}{8}$

السادس :

ABC مثلث متساوي الساقين وقائم الزاوية في النقطة A

و بحيث: $AB = 2$ حدد و أنشئ المجموعات E في الحالات التالية:

أـ $\left\|2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \left\|-2\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\|$

بـ $2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 24$

جـ $-2MA^2 + MB^2 + MC^2 = 4$

السابع :

ABC مثلث مركزثقله G

ونضع $CA = b$; $BC = a$; $AB = c$

1) أحسب $GA^2 + GB^2 + GC^2$

و $\overrightarrow{GA}\cdot\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GB}\cdot\overrightarrow{GC} + \overrightarrow{GC}\cdot\overrightarrow{GA}$ بدلالة a ; b ; c

2) حدد مجموعة النقط M بحيث:

$$\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MB}\cdot\overrightarrow{MC} + \overrightarrow{MC}\cdot\overrightarrow{MA} = 0$$

MANTI BOUCHAIB