

~ الأولى علوم رياضية ~

سلسلة التطبيقات

التمرين 1

نعتبر التطبيق f من \mathbb{R} نحو \mathbb{R} المعرف بما يلي : $f(x) = x^2 + x - 2$

- (1) بين أن التطبيق f تبايني
- (2) استنتج حلول المعادلة $f(x) = 0$

التمرين 2

نعتبر التطبيق f من $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$ نحو \mathbb{N} المعرف بما يلي : $f(x, y) = x + y$

- (1) بين أن التطبيق f شمولي
- (2) بين أن التطبيق f ليس تباينيا

التمرين 3

نعتبر مجموعتين غير فارغتين E و F . وليكن f تطبيق من E نحو F

- (1) ليكن A و B عنصرين من $\mathcal{P}(E)$
 - أ. بين أنه إذا كان $A \subset B$ فإن $f(A) \subset f(B)$
 - ب. استنتج أن $f(A \cap B) \subset f(A) \cap f(B)$
 - ج. بين أن $f(A \cup B) = f(A) \cup f(B)$
- (2) بين أنه إذا كان f تباينيا فإنه لكل عنصرين A و B عنصرين من $\mathcal{P}(E)$ لدينا

$$f(A \cap B) = f(A) \cap f(B)$$
- (3) بين أن f تقابل إذا وفقط إذا كان لكل جزء A من E لدينا : $f(C_E^A) = C_F^{f(A)}$

التمرين 4

E و F مجموعتين غير فارغتين. A و B عنصرين من $\mathcal{P}(F)$. نعتبر تطبيقا f من E نحو F

- (1) بين أنه إذا كان $A \subset B$ فإن $f^{-1}(A) \subset f^{-1}(B)$
- (2) بين أن $f^{-1}(A \cap B) = f^{-1}(A) \cap f^{-1}(B)$
- (3) بين أن $f^{-1}(A \cup B) = f^{-1}(A) \cup f^{-1}(B)$
- (4) بين أن $f^{-1}(C_F^A) = C_E^{f^{-1}(A)}$

التمرين 5

لتكن E و F و G ثلاث مجموعات غير فارغة. نعتبر f تطبيقا من E نحو F و g و h من F نحو G

- (1) بين أنه إذا كان f شموليا و أن $g \circ f = h \circ f$ فإن $g = h$
- (2) بين أنه إذا كان f شموليا و أن $f \circ g = f \circ h$ فإن $g = h$

التمرين 6

- E مجموعة غير فارغة. ليكن f تطبيقا من E نحو F و يحقق $f \circ f = f$
- (1) بين أنه إذا كان f تطبيقا تباينيا أو شموليا فإن f هو التطبيق المطابق
- (2) E مجموعة غير فارغة. ليكن f تطبيقا من E نحو E و يحقق $f \circ f \circ f = f$ بين أن : f تبايني إذا وفقط إذا كان f شمولي

التمرين 7

- (1) نعتبر التطبيق $f : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
 $n \rightarrow n + (-1)^n$. بين أن f تطبيق تبايني
- (2) نعتبر التطبيق $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$
 $(n, p) \rightarrow 2^n \cdot (1 + 2p)$. بين أن f تطبيق تبايني
- (3) نعتبر التطبيق : $f : \mathbb{N} \times \mathbb{N}^* \rightarrow \mathbb{N}$
 $(x, y) \rightarrow (x + y)^2 + y$. بين أن f تطبيق تبايني

التمرين 8

- (1) تحقق من أن : $-1 \leq \frac{\sqrt{x} - 6}{\sqrt{x} + 6} < 1$ لكل عنصر x من \mathbb{R}^+
- (2) نعتبر التطبيق f المعرف بما يلي : $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow [-1, 1[$
 $x \rightarrow \frac{\sqrt{x} - 6}{\sqrt{x} + 6}$ بين أن f تطبيق تقابلي ، ثم حدد $\forall x \in [-1, 1[f^{-1}(x)$

التمرين 9

- نعتبر المجموعتين A و B بحيث : $A = [0, 2]$ و $B = [-3, 5]$
- (1) بين أنه إذا كان $x \in A$ فإن $(x^2 + 2x - 3) \in B$
- (2) نعتبر التطبيق $f : A \rightarrow B$
 $x \rightarrow x^2 + 2x - 3$ بين أن f تطبيق تقابلي محدد تقابله العكسي f^{-1}

التمرين 10

- نعتبر التطبيق f من \mathbb{R}^* نحو \mathbb{R} المعرف بما يلي : $f(x) = \frac{x-2}{|x|}$
- (1) أ. حدد إشارة $\frac{x}{x-1}$ على المجال $]0, 1[$
- ب. بين أنه لكل عنصر x من المجال $]0, 1[$ لدينا : $f\left(\frac{x}{x-1}\right) = f(x)$

(2) هل f تطبيق تبايني

التمرين 11

نعتبر التطبيق f المعرفة بما يلي :
 $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow x^2 + x + 9$

(1) أ. بين أنه مهما يكن x من \mathbb{R} فإن $f(-1-x) = f(x)$

ب. استنتج أن f تطبيق غير تبايني

(2) حل في المجموعة \mathbb{R} المعادلة التالية $f(x) = 2$ ثم استنتج أن f تطبيق غير شمولي

(3) أ. بين أن $f(\mathbb{R}) \subset \left[\frac{35}{4}, +\infty \right]$. ب. بين أن $f(\mathbb{R}) = \left[\frac{35}{4}, +\infty \right]$

التمرين 12

(1) نعتبر التطبيق
 $f : \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \rightarrow x - 5\sqrt{x} + 6$

أ. حل في المجموعة \mathbb{R} المعادلتين $f(x) = 0$ و $f(x) = -1$

ب. هل f تطبيق تبايني؟ شمولي؟

(2) ليكن التطبيق : $g : \left[\frac{25}{4}, +\infty \right[\rightarrow \left[\frac{-1}{4}, +\infty \right[$
 $x \rightarrow x - 5\sqrt{x} + 6$
 بين أن g تطبيق تقابلي محددًا تقابله العكسي

ك