

## المجموعات و التطبيقات

### (1) المجموعات

#### 1- كتابة مجموعة بتفصيل أو بإدراك

أنشطة 1- لتكن  $D_6$  مجموعة القواسم الموجبة للعدد 6 لدينا  $D_6 = \{x \in \mathbb{N} / x \text{ يقسم } 6\}$

ولدينا  $D_6 = \{1, 2, 3, 6\}$

الكتابة الأولى تسمى كتابة  $D_6$  بإدراك والكتابة الثانية تسمى كتابة  $D_6$  بتفصيل

2- لتكن  $A$  مجموعة الأعداد الصحيحة الطبيعية التي مربعاتها أصغر من 30

أكتب  $A$  بتفصيل و بإدراك

خلاصة لتكن  $E$  مجموعة

يمكن كتابة المجموعة  $E$  بطريقتين

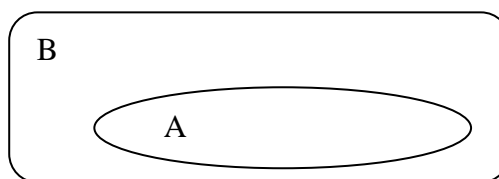
- بتفصيل أي بكتابة جميع عناصر  $E$
- بإدراك وذلك بتحديد علاقة مميزة لعناصرها

#### 2- التضمن

لتكن  $A$  و  $B$  مجموعتين

نقول ان  $A$  ضمن  $B$  أو  $B$  يتضمن  $A$  اذا كان كل عنصر من  $A$  هو أيضا عنصر من  $B$

أي أن  $A \subset B \Leftrightarrow (x \in A \Rightarrow x \in B)$



ملاحظة

لكل مجموعة  $E$   $E \subset E$  و  $\emptyset \subset E$

خاصية  $A$  و  $B$  و  $C$  ثلاث مجموعات  $(A \subset B \text{ و } B \subset C) \Rightarrow A \subset C$

#### 3- مجموعة أجزاء مجموعة

لتكن  $E$  مجموعة ؛ المجموعة المكونة من جميع أجزاء  $E$  تسمى مجموعة أجزاء  $E$  ونرمز لها ب  $\mathcal{P}(E)$

أي أن  $A \subset E \Leftrightarrow A \in \mathcal{P}(E)$

ملاحظة  $\emptyset \in \mathcal{P}(E)$  و  $E \in \mathcal{P}(E)$

مثال  $E = \{a, b, c\}$  حدد المجموعة  $\mathcal{P}(E)$

#### 4- تساوي مجموعتين

لتكن  $A$  و  $B$  جزئين من المجموعة  $E$

نقول أن  $A$  و  $B$  متساويتان و نكتب  $A=B$  اذا و فقط اذا كان  $B \subset A$  و  $A \subset B$  أي  $x \in A \Leftrightarrow x \in B$

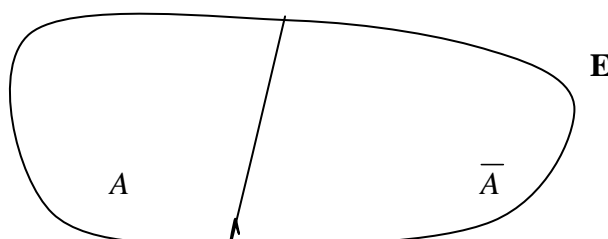
#### 5- المتممة

تعريف لتكن  $A$  جزءا من المجموعة  $E$

مجموعة عناصر  $E$  التي لا تنتمي إلى  $A$  تسمى متممة  $A$  في  $E$

ونرمز لها ب  $\bar{A}$  أو  $C_E^A$

$C_E^A = \{x \in E / x \notin A\}$



$$\begin{aligned} \overline{\overline{A}} &= A \quad \text{-1 خاصية} \\ A \subset B &\Leftrightarrow \overline{B} \subset \overline{A} \quad \text{-2} \\ C_E^\emptyset = E \text{ و } C_E^E = \emptyset \quad \text{-3} \\ &\text{برهان .....} \end{aligned}$$

**6 - التقاطع و الإتحاد**  
أ - التقاطع تقاطع المجموعتين A و B هو المجموعة التي نرمل لها ب  $A \cap B$  و المكونة من العناصر التي تنتمي

$$\begin{aligned} &\text{إلى A و إلى B} \\ x \in A \cap B &\Leftrightarrow x \in A \text{ و } x \in B \\ A \cap B &= \{x \in E / x \in A \text{ و } x \in B\} \end{aligned}$$

مثال حدد المجموعة  $D_6 \cup D_8$  تقاطع مجموعة القواسم الموجبة لـ  $D_6$  و مجموعة القواسم الموجبة لـ  $D_8$   $D_8$  خاصيات لتكن A و B و C أجزاء من المجموعة E

$$\begin{aligned} -1 & A \cap B \subset A \text{ و } A \cap B \subset B \\ -2 & A \cap B = B \cap A \text{ و } A \cap \emptyset = \emptyset \text{ و } A \cap A = A \\ -3 & A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C \\ -4 & A \cap B = A \Leftrightarrow A \subset B \end{aligned}$$

ب - الإتحاد إتحاد المجموعتين A و B هو المجموعة التي نرمل لها ب  $A \cup B$  و المكونة من العناصر التي تنتمي إلى A أو تنتمي إلى B

$$\begin{aligned} x \in A \cup B &\Leftrightarrow x \in A \text{ و } x \in B \\ A \cup B &= \{x \in E / x \in A \text{ و } x \in B\} \end{aligned}$$

مثال أكتب بتفصيل  $D_6 \cup D_8$  خاصيات لتكن A و B و C أجزاء من المجموعة E

$$\begin{aligned} -1 & A \cap B \subset A \cup B \text{ و } B \subset A \cup B \text{ و } A \subset A \cup B \\ -2 & A \cup B = B \cup A \text{ و } A \cup \emptyset = A \text{ و } A \cup A = A \\ -3 & A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C \\ -4 & A \cup B = A \Leftrightarrow B \subset A \end{aligned}$$

ج - التقاطع و الإتحاد

$$\begin{aligned} A \cap (B \cup C) &= (A \cap B) \cup (A \cap C) \\ A \cup (B \cap C) &= (A \cup B) \cap (A \cup C) \end{aligned} \quad \text{خاصية 1}$$

$$\begin{aligned} \overline{A \cap B} &= \overline{A} \cup \overline{B} \\ \overline{A \cup B} &= \overline{A} \cap \overline{B} \end{aligned} \quad \text{خاصية 2 - (قانون موركان loi de morgan)}$$

**7 - فرق مجموعتين**

تعريف لتكن A و B جزئين من المجموعة E فرق المجموعتين A و B في هذا الترتيب هو المجموعة المكونة من العناصر التي تنتمي إلى A ولا تنتمي إلى B ونرمل لها ب  $A \setminus B$

$$A \setminus B = \{x \in E / x \in A \text{ و } x \notin B\}$$

مثال  $D_8 \setminus D_6 = \dots\dots\dots$  خاصية

$$\begin{aligned} A \setminus B &= A \cap C_E^B \\ A &= (A \setminus B) \cup (A \cap B) \end{aligned}$$

ملاحظة المجموعة  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

تسمى الفرق التماثلي للمجموعتين  $A$  و  $B$  ونرمز له ب  $A \Delta B$

### 8 - الجداء الديكارتي

تعريف  $E$  و  $F$  مجموعتين

الجداء الديكارتي  $E \times F$  للمجموعتين  $E$  و  $F$  هو مجموعة الأزواج  $(x, y)$  حيث  $x \in E$  و  $y \in F$

$$E \times F = \{(x, y) / x \in E \text{ و } y \in F\}$$

$$(x, y) \in E \times F \Leftrightarrow x \in E \text{ و } y \in F$$

ملاحظة -

1-  $E \times E = E^2$  هي المربع الديكارتي للمجموعة  $E$

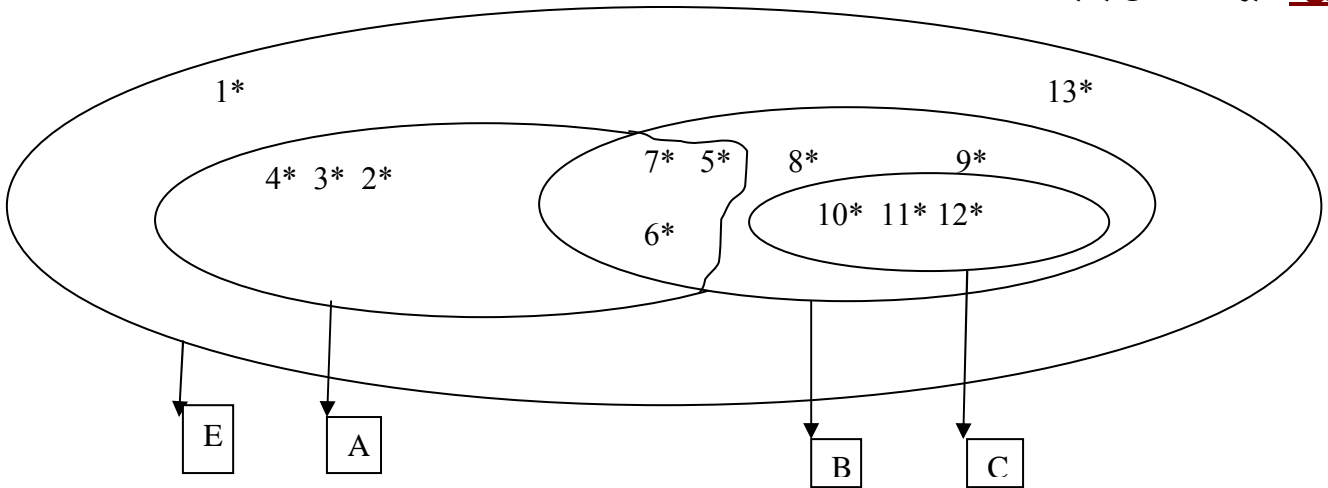
2- إذا كان  $E = \emptyset$  أو  $F = \emptyset$  فإن  $E \times F = \emptyset$

$$\mathbb{R}^2 = \{(x, y) / x \in \mathbb{R} \text{ و } y \in \mathbb{R}\}$$

$$\mathbb{N}^2 = \{(x, y) / x \in \mathbb{N} \text{ و } y \in \mathbb{N}\} \quad \text{مثال}$$

$$\mathbb{N} \times \mathbb{Z} = \{(x, y) / x \in \mathbb{N} \text{ و } y \in \mathbb{Z}\}$$

تطبيق نعتبر مخطط فان جانبه



1- حدد بتفصيل المجموعات التالية  $A$  و  $B$  و  $E$  و  $A \cap B$  و  $A \cup B$  و  $(B \setminus A)$  و  $(A \setminus B)$  ونرمز له ب  $A \Delta B$

2- بين أن  $C \subset B$  و حدد  $B \setminus C$  ثم بين أن  $B \setminus C = C_B^C$

3- حدد بتفصيل  $C_E^A$  و  $C_E^B$  و  $C_E^{A \cap B}$  و  $C_A^{A \cap B}$  و  $C_E^{A \cup B}$

4- حدد  $(A \setminus B) \cap (B \setminus A)$  و  $(A \setminus B) \cup (B \setminus A)$

5- حدد  $A \Delta B$  و  $A \Delta E$  و  $C \Delta B$