## التمرين الأول

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$U_0 = 2 \text{ و } U_{n+1} = \sqrt{\frac{1}{2}U_n^2 + 1}$$

1) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) :\ U_n \geq \sqrt{2}$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

نضع $W_n = U_n^2 - 2$ بين أن $(W_n)_n$ متتالية هندسية

و استنتج أن $U_n = \sqrt{2}\sqrt{1+\left(\frac{1}{2}\right)^n}$

## التمرين الثاني

نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بما يلي:

$$U_{n+1} = \frac{nU_n + 1}{n+1} \text{ و } U_1 = \frac{1}{2}$$

1) بين أن: $(\forall n \in \mathbb{N}^*) :\ U_n < 1$

2) نضع $V_n = nU_n$

أ- بين أن $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية أحسب $U_n$ بدلالة n

ب- أحسب الجمع :

$S = U_1 + 2U_2 + 3U_3 + \ldots\ldots + nU_n$ بدلالة $n$

## التمرين الثالث

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عـددية معرفة بما يلي:

$$U_{n+1} = \frac{1}{4}U_n + \frac{1}{2}\left(\frac{3}{4}\right)^n \text{ و } U_0 = 2$$

- أحسب $U_2$ و $U_1$
- نضع $V_n = U_n - \left(\frac{3}{4}\right)^n$

أ- بين أن $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية هـندسية

ب- أحسب $U_n$ بدلالة n

- أحسب الجمع $T = U_0 + U_1 + U_2 + \ldots + U_n$

## التمرين الرابع

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية بحيث : $U_0 = \frac{1}{2}$ و $U_{n+1} = \frac{2U_n}{\sqrt{4+2U_n^2}}$

1) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) :\ 0 < U_n$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$

3) نضع $V_n = \frac{4}{U_n^2}$ بين أن $(V_n)_{n\geq 0}$ متتالية حسابية

أحسب $V_n$ بدلالة n

4) استنتج أن $U_n = \frac{2}{\sqrt{2n+16}}$

و أحسب $S = \frac{1}{U_0^2} + \frac{1}{U_1^2} + \ldots\ldots + \frac{1}{U_n^2}$

## التمرين الخامس

$(U_n)_n$ ; $(V_n)_n$ متتاليتان معرفتان بما يلي :

$$\begin{cases} U_0 = 1 \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n + 2V_n}{3} \end{cases} \text{ و } \begin{cases} V_0 = 12 \\ V_{n+1} = \dfrac{U_n + 3V_n}{4} \end{cases}$$

ونضع $W_n = V_n - U_n$ ; $T_n = 3U_n + 8V_n$

1) بين $(W_n)_n$ متتالية هندسية و أحسب $W_n$ بدلالة n

2) بين أن $(T_n)_n$ متتالية ثابتة محددا قيمتها

3) استنتج مما سبق $U_n$ ; $V_n$ بدلالة n

## التمرين السادس

$(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية بحيث : $U_0 = 2$ ; $U_{n+1} = \frac{1}{2}U_n + 2n$

و نضع $V_n = U_n - 4n + 8$

1) أحسب $U_1$ و بين بالترجع أن $U_n \geq n$ $(\forall n \in \mathbb{N}^*)$

2) بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية محددا أساسها

3) أحسب $U_n$ بدلالة $n$

4) أحسب $S_n = V_0 + V_1 + \ldots. + V_{n-1}$ بدلالة $n$ ثم استنتج $T_n = U_0 + U_1 + \ldots\ldots + U_{n-1}$ بدلالة n

## التمرين السابع

✋ لتكن $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها $r \neq 0$ و و بحيث $U_0 = 2$ $U_1$ ; $U_3$ ; $U_{13}$ حدود متتابعة لمتتالية هندسية

بين أن $r = -4$ و أحسب الجمع $U_0 + U_1 + \ldots\ldots + U_{n-1}$

✋ $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية حسابية أساسها $r$ موجب و بحيث :

$$\begin{cases} U_0 + U_1 + U_2 = 15 \\ U_0^2 + U_1^2 + U_2^2 = 107 \end{cases}$$ أحسب $U_1$ و حدد الأساس $r$

ثم أحسب الجمع $S = U_0 + U_1 + \ldots.. + U_n$ بدلالة n

✋ لتكن $(V_n)_n$ متتالية هندسية بحيث :

$$\begin{cases} V_0 V_1 V_2 = 8 \\ V_0 + V_1 + V_2 = 7 \end{cases}$$

بين أن $V_1 = 2$ و استنتج أن $q = 2$ أو $q = \frac{1}{2}$

✋ $(U_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية عـددية معرفة بما يلي:

$$\begin{cases} U_0 = 6 \quad ; \quad U_1 = 5 \\ 6U_{n+2} = 7U_{n+1} - 2U_n \end{cases}$$ و نضع $x_n = U_{n+1} - kU_n$

1) حدد $k$ بحيث تكون $(x_n)_n$ متتالية هندسية و حدد أساسها

حدد $U_n$ بدلالة n