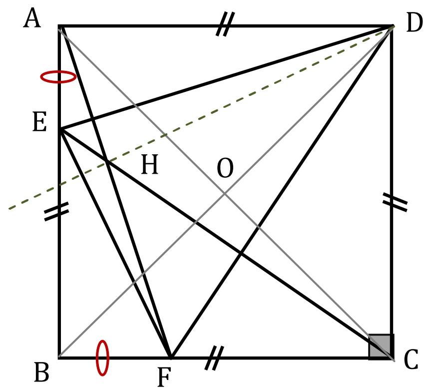
السنة 1 بكالوريا علوم رياضية	الدوران في المستوى حلول مقترحة	سلسلة 1

تمرين 1 :

$ABCD$ مربع مركزه O .

$E \in [AB]$ و $F \in [BC]$ حيث $AE = BF$.

H نقطة تقاطع (AF) و (EC).



1 بما أن : $OA = OB = OC$ و $(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB}) = (\overrightarrow{OB},\overrightarrow{OC}) = \frac{\pi}{2}$

فإن : $r(A) = B$ و $r(B) = C$ حيث r هو الدوران الذي مركزه O و زاويته $\frac{\pi}{2}$.

2 لتكن $E' = r(E)$ ، بما أن $\begin{cases} r(A) = B \\ r(E) = E' \end{cases}$ فإن : $BE' = AE$

و بما أن : $E \in [AB]$ فإن : $(\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB}) \equiv 0[2\pi]$ و بما أن : $\begin{cases} r(A) = B \\ r(E) = E' \\ r(B) = C \end{cases}$ فإن : $(\overrightarrow{BE'},\overrightarrow{BC}) \equiv (\overrightarrow{AE},\overrightarrow{AB}) \equiv 0[2\pi]$

و هذا يعني أن : $E' \in [BC]$ إذن E' تحقق : $\begin{cases} BE' = AE \\ E' \in [BC] \end{cases}$

و بما أن النقطة الوحيدة التي تحقق هذين الشرطين هي F فإن : $r(E) = F$

3 لدينا : $\begin{cases} r(E) = F \\ r(C) = D \end{cases}$ إذن : $(\overrightarrow{EC},\overrightarrow{FD}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ بالتالي : $(EC) \perp (DF)$

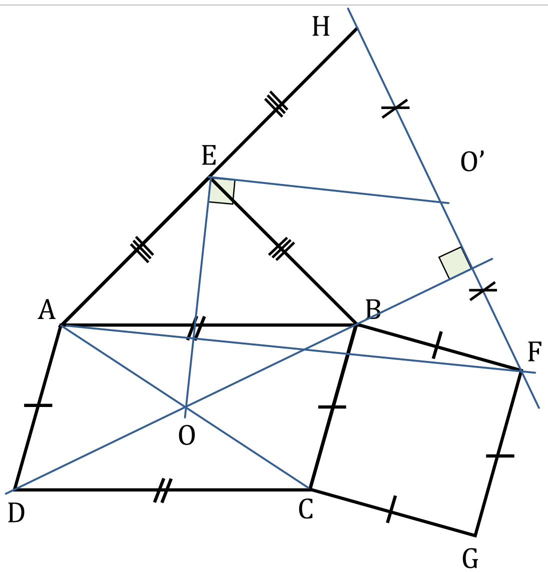
4 لدينا : $\begin{cases} r(D) = A \\ r(E) = F \end{cases}$ إذن : $(\overrightarrow{DE},\overrightarrow{AF}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$ إذن : $(ED) \perp (AF)$

من $(EC) \perp (DF)$ و $(ED) \perp (AF)$ نستنتج أن H هي مركز تعامد المثلث EDF

بالتالي $(DH) \perp (EF)$ (لأن (DH) هو الارتفاع الثالث في هذا المثلث)

تمرين 2 :

$ABCD$ متوازي أضلاع، AEB مثلث متساوي الساقين و قائم الزاوية في E ، $BCGF$ مربع. $r\left(E, \frac{\pi}{2}\right)$ دوران.



1 لدينا $r(A) = B$ ، نضع: $D' = r(D)$

نستنتج إذن أن: $AD = BD'$ و أن: $(\overrightarrow{AD},\overrightarrow{BD'}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi]$

و بما أن $\overrightarrow{AD} = \overrightarrow{BC}$ فإن: $\begin{cases} BD' = BC \\ (\overrightarrow{BC},\overrightarrow{BD'}) \equiv \frac{\pi}{2}[2\pi] \end{cases}$

و هذا يعني أن: $D' = r_2(C)$ حيث: r_2 هو الدوران الذي مركزه B و زاويته $\frac{\pi}{2}$ بالتالي: $D' = F$ أي: $r(D) = F$

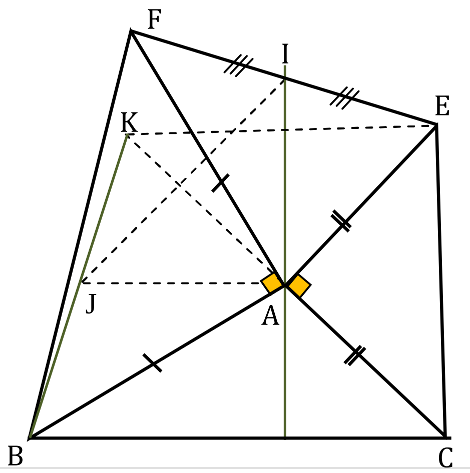
2	لدينا H مماثلة A بالنسبة لـ E إذن : $r(B)=H$ و بما أن $r(D)=F$ فإن : $\left(\overrightarrow{BD},\overrightarrow{FH}\right)\equiv\frac{®}{2}[2®]$ بالتالي $(BD)\perp(HF)$
3	لدينا O مركز $ABCD$ إذن O منتصف $[BD]$ إذن و باعتبار النقطة $O'=r(O)$ سنستنتج أن O' منتصف $[HF]$، منه : $EO=EO'$ وفي المثلث AFH : E منتصف $[AH]$ و O' منتصف $[HF]$ ، إذن: $EO'=\frac{1}{2}AF$، بالتالي : $EO=\frac{1}{2}AF$
	استعملنا خاصية تدرس في السنة الثانية إعدادي تخص المسافة بين منتصفي ضلعي مثلث.

تمرين 3 :

في الشكل جانبه ABC مثلث، AEC و AFB مثلثان متساويي الساقين وقائمي الزاوية في A ، I منتصف $[EF]$

لتكن E مماثلة B بالنسبة للنقطة A

و ليكن r الدوران الذي مركزه A و زاويته $\frac{®}{2}$



1	$K=r(E)$	انظر الشكل جانبه
2	$J=r(I)$	
	في الشكل المدرج ستلاحظ أن $K\in[BF]$ ، هذه الملاحظة مجرد حالة خاصة تخص هذا الشكل فقط و ليس عامة.	

3	لدينا $\begin{cases} r(E)=K \\ r(F)=B \\ r(I)=J \end{cases}$ وبما أن I منتصف $[EF]$ فإن J منتصف $[BK]$ وبما أن : $\begin{cases} r(C)=E \\ r(E)=K \end{cases}$ فإن A منتصف $[CK]$ ، إذن في المثلث KCB لدينا : A منتصف $[CK]$ و J منتصف $[BK]$ إذن : $(AJ)//(BC)$ (1) و أيضا $AJ=\frac{1}{2}BC$ (2) ، وبما أن : $r(I)=J$ فإن $(AI)\perp(AJ)$ (3) و $AI=AJ$ (4) من (1) و (3) نستنتج أنه $(AI)\perp(BC)$ و من (2) و (4) نستنتج أنه $AI=\frac{1}{2}BC$
	مرة أخرى استعملنا خاصية تمت دراستها في مرحلة الإعدادي