التمرين الأول

ليكن n عددا طبيعيا غير منعدم. بين أن:

1) $(21n+4)\wedge(14n+3)=1$

2) $(n^2+n)\wedge(2n+1)=1$

3) $(2n+5)\wedge(n^2+5n+6)=1$

4) أ- بين أن $(2n+11)\wedge(n+3)=(n+3)\wedge 5$

ب- استنتج القيم الممكنة للعدد: $(2n+11)\wedge(n+3)$

ج- حدد n كي يكون $(2n+11)\wedge(n+3)=5$

التمرين الثاني

1) ليكن k عدد صحيح نسبي و نعتبر العددين $a=2k-1 \quad , \quad b=9k+4$

أ- بين أن $a\wedge b=a\wedge 17$

ب- حدد الأعداد k و التي يكون من اجلها $a\wedge b=17$

2) ليكن $n \; ; \; m$ عددان طبيعيان و نعتبر العددين $y=2m+3n \; ; \; x=3m+4n$. نضع $d=x\wedge y$

أ- بين أنه أذا كان $a|n$ و $a|m$ فإن $a|x$ و $a|y$

ب- أدرس العكس

ج- ماذا تستنتج ؟

التمرين الثالث

ليكن $n \; ; \; c$ عددين طبيعيين.

ونضع $A=3n \; ; \; B=2n+1$

1) بين أن $n\wedge(2n+1)=1$

2) بين أن $(nc)\wedge(2n+1)=c\wedge(2n+1)$

3) حدد تبعا لقيم n القاسم المشترك الكبر للعددين $B \; , \; A$

التمرين الرابع

ليكن n عدد صحيح طبيعي

1) تحقق أن $n+3 \,/\, 3n^3-11n+48$

2) بين أن $(\forall n\in\mathbb{N}) \quad 3n^2-9n+16\in\mathbb{N}^*$

3) أ- بين أن :

$$(\forall(a,b,c)\in\mathbb{N}^{*3}) \quad a\wedge b=(bc-a)\wedge b$$

ب- استنتج أن :

$$(3n^3-11n)\wedge(n+3)=(n+3)\wedge 48$$

4) حدد المجموعة $A=\left\{n\in\mathbb{N}^* \,/\, \dfrac{3n^3-11n}{n+3}\in\mathbb{N}\right\}$

التمرين الخامس

ليكن $n \; ; \; m$ عددان طبيعيان و نعتبر العددين $y=18m+5n \; ; \; x=11m+2n$

1) أحسب $7x+y$ و استنتج أن $19|x \Rightarrow 19|y$

2) أدرس العكس نضع $d=x\wedge y$ بين أن : $m\wedge n=1 \Rightarrow$ ($d=1$ أو $d=19$)

التمرين السادس

حل في $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ ما يلي :

1) $\begin{cases} a\wedge b=24 \\ a+b=168 \end{cases}$ (نأخذ $a\le b$)

2) $\begin{cases} a\wedge b=2 \\ ab=120 \end{cases}$ (نأخذ $a\le b$)

3) $\begin{cases} a+b=84 \\ a\vee b=(a\wedge b)^2 \end{cases}$ (نأخذ $a\le b$)

4) $c \; , \; b \; , \; a$ ثلاثة أعداد طبيعية غير منعدمة و بحيث : $a\wedge b=24$ و $b\wedge c=36$

أ- حدد $a\wedge b\wedge c$

ب- حدد الأعداد $c \; , \; b \; , \; a$ علما أن $a+b+c=300$

5) أ- حل في $\mathbb{N}^*\times\mathbb{N}^*$ المعادلة $X^2-Y^2=85$

ب- استنتج حلول النظمة $\begin{cases} x^2-y^2=5440 \\ x\wedge y=8 \end{cases}$

التمرين السابع

ليكن n عدد من $\mathbb{N}$

أ- بين أن $n+1$ قاسم مشترك للعددين n^2+5n+4 و n^2+3n+2

ب- حدد n كي يكون $(n+1)/(3n^2+15n+19)$

ج- استنتج أن n^2+3n+2 لا يقسم العدد $(3n^2+15n+19)$

التمرين الثامن

1) حل في $\mathbb{N}^2$ المعادلة : $x^2-y^2=12$

2) حل في $\mathbb{N}^2$ المعادلة : $X^2-Y^2=24$

3) أ- بين أن $x+y$ و $x-y+1$ لهما زوجيتين مختلفتين

ب- حل في $\mathbb{N}^2$ المعادلة $x^2-y^2+x+y=20$

التمرين التاسع

نعتبر في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة $(E): 5x-7y=3$

1) ليكن (α,β) حلا للمعادلة (E)

أ- بين أن $3/\alpha+\beta$

ب- نضع $d=\alpha\wedge\beta$ بين أن $d=1$ أو $d=3$

2) تحقق أن $(2,1)$ حل للمعادلة (E) ثم حدد مجموعة حلولها

3) حدد الأزواج (x,y) حل للمعادلة (E) و التي تحقق $x\wedge y=3$