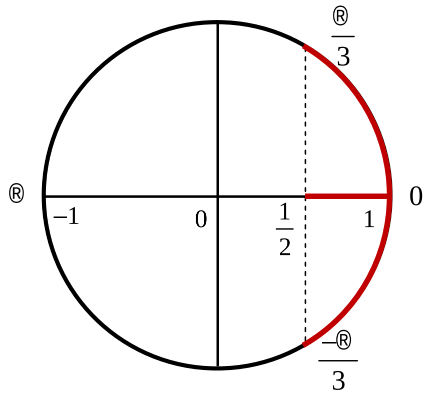
تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

السنة 1 بكالوريا علوم رياضية	الحساب المثلثـــــي حلول مقترحة	سلسلة 4

تمرين 1 :

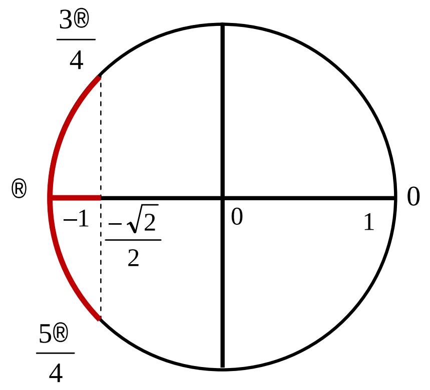
$2\cos x \geq 1$ تعني : $\cos x \geq \frac{1}{2}$

منه : $\boxed{S = \bigcup_{k\in Z}\left[\frac{-\pi}{3}+2k\pi ; \frac{\pi}{3}+2k\pi\right]}$



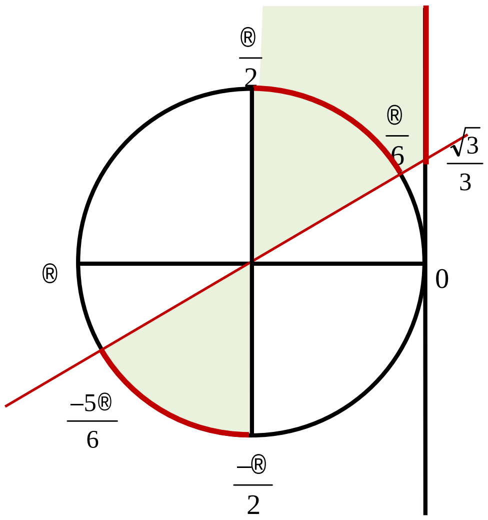
$\sqrt{2}\cos x + 1 < 0$ تعني : $\cos x < \frac{-\sqrt{2}}{2}$

منه : $\boxed{S = \bigcup_{k\in Z}\left]\frac{3\pi}{4}+2k\pi ; \frac{5\pi}{4}+2k\pi\right[}$



$3\tan x > \sqrt{3}$ تعني : $3\tan x > \sqrt{3}$

منه : $\boxed{S = \bigcup_{k\in Z}\left]\frac{\pi}{6}+k\pi ; \frac{\pi}{2}+k\pi\right[}$



- الكتابة $\bigcup_{k\in Z}[a+k\pi ; b+k\pi]$ تعني اتحاد مجالات، حيث كل قيمة لـ k تحدد مجالا
- حل متراجحات مثلثية يعتمد بالأساس على الدائرة المثلثية
- من الضروري اختيار الأفاصيل المنحنية a و b في نفس المجال الذي وسعه 2π حيث $a<b$

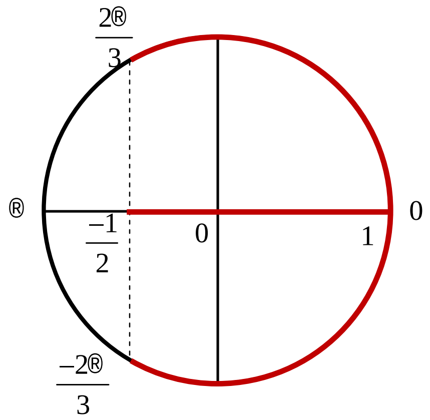
(مثلا في السؤال الثاني لا يصح أن نكتب : $S = \bigcup_{k\in Z}\left[\frac{3\pi}{4}+2k\pi ; \frac{-3\pi}{4}+2k\pi\right]$ و لا $S = \bigcup_{k\in Z}\left[\frac{3\pi}{4}+2k\pi ; \frac{13\pi}{4}+2k\pi\right]$)

Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

تمرين 2 :

$2\cos x+1>0$ تعني : $\cos x \ge \frac{-1}{2}$

منه : $S=\left[\frac{-2\pi}{3};\frac{2\pi}{3}\right]$



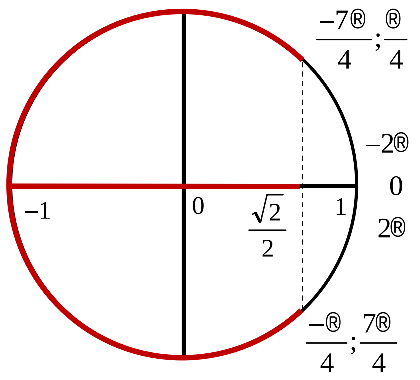
$2\cos 2x<\sqrt{2}$ تعني : $\cos 2x<\frac{\sqrt{2}}{2}$

نضع : $X=2x$ ، بما أن $x\in]-\pi;\pi]$ فإن : $X\in]-2\pi;2\pi]$

إذن : $X\in\left]\frac{-7\pi}{4};\frac{-\pi}{4}\right[\cup\left]\frac{\pi}{4};\frac{7\pi}{4}\right[$

يعني : $x\in\left]\frac{-7\pi}{8};\frac{-\pi}{8}\right[\cup\left]\frac{\pi}{8};\frac{7\pi}{8}\right[$

بالتالي : $S=\left]\frac{-7\pi}{8};\frac{-\pi}{8}\right[\cup\left]\frac{\pi}{8};\frac{7\pi}{8}\right[$



لاحظ أن مجال البحث عن الحلول في الدائرة المثلثية ليس بالضرورة هو مجال حل المعادلة المحدد في السؤال

لفهم طريقة إيجاد الحل لاحظ التقسيم $]-2\pi;2\pi]=]-2\pi;0]\cup]0;2\pi]$

$\sqrt{2}\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)<1$ تعني : $\sin\left(2x-\frac{\pi}{3}\right)<\frac{\sqrt{2}}{2}$

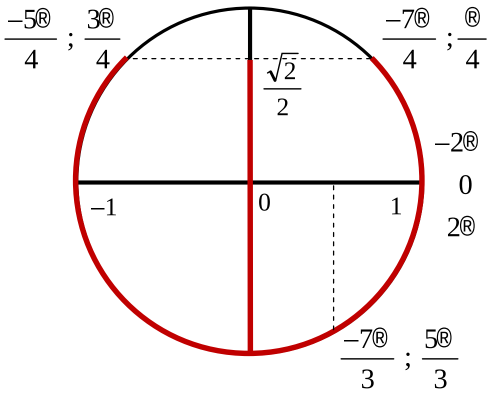
نضع : $X=2x-\frac{\pi}{3}$ ، بما أن : $x\in]-\pi;\pi]$ فإن : $X\in\left]\frac{-7\pi}{3};\frac{5\pi}{3}\right]$

إذن : $X\in\left]\frac{-7\pi}{3};\frac{-7\pi}{4}\right[\cup\left]\frac{-5\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right[\cup\left]\frac{3\pi}{4};\frac{5\pi}{3}\right[$

إذن $2x\in\left]-2\pi;\frac{-17\pi}{12}\right[\cup\left]\frac{-11\pi}{12};\frac{7\pi}{12}\right[\cup\left]\frac{13\pi}{12};2\pi\right[$

منه : $x\in\left]-\pi;\frac{-17\pi}{24}\right[\cup\left]\frac{-11\pi}{24};\frac{7\pi}{24}\right[\cup\left]\frac{13\pi}{24};\pi\right[$

بالتالي : $S=\left]-\pi;\frac{-17\pi}{24}\right[\cup\left]\frac{-11\pi}{24};\frac{7\pi}{24}\right[\cup\left]\frac{13\pi}{24};\pi\right[$



ستلاحظ صعوبة استخراج الحلول كلما كبرت سعة المجال، فمثلا لو كانت المعادلة $\sin\left(10x-\frac{\pi}{3}\right)<\frac{\sqrt{2}}{2}$ لكان المجال $\left]\frac{-31\pi}{3};\frac{29\pi}{3}\right]$ ، و إذ ذاك سيكون من الصعب جدا تتبع مجالات الحل في الدائرة المثلثية، لذلك يستحسن حينئذ اللجوء لطريقة تعتمد على التأطير، لكننا لم ندرجها لكونها تتطلب شرحا بالصوت و الصورة

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

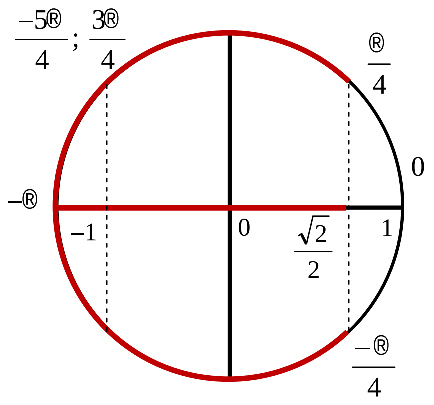
$\sin x+\cos x\le 1$: تعني $\sqrt{2}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\sin x+\frac{1}{\sqrt{2}}\cos x\right)\le 1$

يعني : $\cos\left(x-\frac{\pi}{4}\right)\le\frac{\sqrt{2}}{2}$ ، نضع $X=x-\frac{\pi}{4}$ بما أن : $x\in\left]-\pi;\pi\right]$

فإن : $X\in\left]\frac{-5\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right]$

إذن : $X\in\left]\frac{-5\pi}{4};\frac{-\pi}{4}\right]\cup\left]\frac{\pi}{4};\frac{3\pi}{4}\right]$

منه : $x\in\left]-\pi;0\right]\cup\left]\frac{\pi}{2};\pi\right]$ بالتالي : $\boxed{S=\left]-\pi;0\right]\cup\left]\frac{\pi}{2};\pi\right]}$



$\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)(2\cos x+1)<0$: تعني $\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)\left(\cos x+\frac{1}{2}\right)<0$: أي $\left(\sin x-\sin\left(\frac{\pi}{6}\right)\right)\left(\cos x-\cos\left(\frac{2\pi}{3}\right)\right)<0$

في المجال $\left]-\pi;\pi\right]$ و باستعمال الدائرة المثلثية نستنتج جدول الإشارات التالي :

x	$-\pi$		$\frac{-2\pi}{3}$		$\frac{\pi}{6}$		$\frac{2\pi}{3}$		$\frac{5\pi}{6}$		π
$\sin x-\frac{1}{2}$		-		-	0	+		+	0	-	
$\cos x+\frac{1}{2}$		-	0	+		+	0	-		-	
$\left(\sin x-\frac{1}{2}\right)\left(\cos x+\frac{1}{2}\right)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+	

بالتالي : $\boxed{S=\left]\frac{-2\pi}{3};\frac{\pi}{6}\right[\cup\left]\frac{2\pi}{3};\frac{5\pi}{6}\right[}$

$\cos^2 x>\frac{1}{2}$: تعني $2\cos^2 x>1$

تعني : $\left(\cos x+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\cos x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)>0$: أي $\left(\cos x-\cos\frac{3\pi}{4}\right)\left(\cos x-\cos\frac{\pi}{4}\right)>0$

في المجال $\left]-\pi;\pi\right]$ و باستعمال الدائرة المثلثية نستنتج جدول الإشارات التالي :

x	$-\pi$		$\frac{-3\pi}{4}$		$\frac{-\pi}{4}$		$\frac{\pi}{4}$		$\frac{3\pi}{4}$		π
$\cos x-\frac{\sqrt{2}}{2}$		-		-	0	+	0	-		-	
$\cos x+\frac{\sqrt{2}}{2}$		-	0	+		+		+	0	-	
$\left(\cos x-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\left(\cos x+\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$		+	0	-	0	+	0	-	0	+	

بالتالي : $\boxed{S=\left]-\pi;\frac{-3\pi}{4}\right[\cup\left]\frac{-\pi}{4};\frac{\pi}{4}\right[\cup\left]\frac{2\pi}{4};\pi\right[}$

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

$2\sin^2 x+3\cos x>3$ تعني : $2\left(1-\cos^2 x\right)+3\cos x-3>0$ تعني : $-2\cos^2 x+3\cos x-1>0$

تعني : $2\cos^2 x-3\cos x+1<0$

باعتبار الحدودية $P(x)=2x^2-3x+1$: $\Delta=9-8=1$ ، منه : $x_1=\frac{3+1}{4}=1$ و $x_2=\frac{3-1}{4}=\frac{1}{2}$

منه: $P(x)=2(x-1)\left(x-\frac{1}{2}\right)$

إذن : $2\cos^2 x-3\cos x+1<0$ تعني : $2(\cos x-1)\left(\cos x-\frac{1}{2}\right)<0$ تعني : $(\cos x-\cos 0)\left(\cos x-\cos\left(\frac{®}{3}\right)\right)<0$

في المجال $[-®;®]$ و باستعمال الدائرة المثلثية نستنتج جدول الإشارات التالي :

x	$-®$		$\frac{-®}{3}$		0		$\frac{®}{3}$		$®$
$\cos x-1$		-		-	0	-		-	
$\cos x-\frac{1}{2}$		-	0	+		+	0	-	
$(\cos x-1)\left(\cos x-\frac{1}{2}\right)$		+	0	-	0	-	0	+	

بالتالي : $\boxed{S=\left]\frac{-®}{3};0\right[\cup\left]0\,;\frac{®}{3}\right[}$

حل متراجحات مثلثية يتطلب تركيزا كبيرا جدا، حيث الإلمام بالمجالات و النسب المثلثية الهامة و الأفاصيل المنحنية الرئيسية و غير الرئيسية يعد المفتاح الأساسي لذلك.