التمرين الأول

أدرس قابلية اشتقاق الدالة f في النقطة a في كل من الحالات التالية :

$a=2 \quad ; \quad f(x)=\dfrac{x+1}{2x-1}$	$a=-1 \quad ; \quad f(x)=\dfrac{2x^2+x+1}{x-1}$	$x_0=3 \quad ; \quad f(x)=\sqrt{2x+3}-2$
$a=0 \begin{cases} f(x)=\dfrac{1-\cos x}{\sin x} & x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$	$a=0 \begin{cases} f(x)=\dfrac{x-2\sin x}{x-\sin 2x} & x\neq 0 \\ f(0)=1 \end{cases}$	$a=0 \begin{cases} f(x)=x^2E\left(\dfrac{2}{x}\right) & x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$

التمرين الثاني :

أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يمين و على يسا النقطة a في كل من الحالات التالية :

$a=-1 \quad ; \quad f(x)=\dfrac{\left\lvert x^2+x\right\rvert+2}{\lvert x\rvert+1}$	$a=-2 \quad ; \quad f(x)=\dfrac{\left\lvert x^2+2x\right\rvert-3}{\lvert x\rvert-1}$	$a=0\ ; \quad f(x)=x\left\lvert \sin(2x)\right\rvert$
$a=2 \quad ; \quad f(x)=(x-2)E(x)$	$a=0 \begin{cases} f(x)=xE\left(\dfrac{1}{x}\right) & x\neq 0 \\ f(0)=0 \end{cases}$	$a=-1 \begin{cases} f(x)=\sqrt{x+2} \quad ; & x\geq -1 \\ f(-1)=3x^2+2x \quad ; & x<-1 \end{cases}$

التمرين الثالث :

باستعمال مفهوم قابلية الاشتقاق حدد النهايات التالية :

$\lim\limits_{x\to a}\dfrac{x^n\sin x-a^n\sin a}{x-a}$	$\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{(8x+15)^7+1}{x+2}$	$\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\dfrac{\tan^2 x-3}{3x-\pi}$
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(\cos x-\sin 2x)^3-1}{x}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(1-x)^n-\left(1-x^2\right)^n}{x}$	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2(5x-4)^3-1}{x-1}$

التمرين الرابع :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{3x^2+ax+b}{x^2+1}$. حدد العددين a و b علما أن المستقيم

$y=4x+3$ (Δ) مماس للمنحنى (C_f) في النقطة $A(0,3)$

التمرين الخامس :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2+a}{bx+1}$ حيث $(a,b)\in\mathbb{R}^2$

حدد العددين a ، b كي يقبل منحنى الدالة f في النقطة $I(0,2)$ مستقيما مماسا يوازي $(\Delta)2x+y-1=0$

التمرين السادس :

لتكن f قابلة للاشتقاق في 0 و بحيث $f'(0)=a$ أحسب بدلالة a :

النهايتين $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(3x)-f(-2x)}{x}$ ، $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{3f(2x)+2f(3x)-5f(0)}{x}$

التمرين السابع :

أحسب الدالة المشتقة $f'(x)$ في كل من الحالات التالية :

$f(x) = \dfrac{x^2 - 1}{x^2 + 3}$	$f(x) = \dfrac{x+1}{\sqrt{x-1}}$	$f(x) = x\sqrt{2x-1} + 5$	$f(x) = 2x - \sqrt{x} + \dfrac{3}{x}$
$f(x) = \dfrac{x^3}{x-3}$	$f(x) = x\left(\sqrt{x^2+1} + x\right)$	$f(x) = x^2\sqrt{4x+3}$	$f(x) = (2x-3)\sqrt{x} + 1$
$f(x) = \dfrac{2\sin x + 1}{1 - \cos x}$	$f(x) = \dfrac{\sin x}{2 + \cos x}$	$f(x) = \left(x - \dfrac{1}{x}\right)^3$	$f(x) = \dfrac{x^2 + 2x + 2}{x^2 - 2x + 2}$

التمرين الثامن :

نعتبر الدالة f بحيث : $f(x) = \dfrac{x^2}{x|x| + 1}$

1) حدد مجموعة تعريف الدالة f

2) أحسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

3) أحسب $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x > -1}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x \to -1 \\ x < -1}} f(x)$

4) أدرس قابلية اشتقاق f على يمين و يسار النقطة 0

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي :

$$f(x) = x + \sqrt{\left|x^2 - x\right|}$$

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$

2) أ- أدرس قابلية اشتقاق f على يمين و على يسار 0

ب- أدرس قابلية اشتقاق f على يمين و على يسار 1

التمرين التاسع :

ليكن a من $\mathbb{R}^*$ و b من $\mathbb{R}^+$ و نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{x^2}{a} E\left(\dfrac{3}{x}\right) & : \ x > 0 \\ f(0) = 0 & \\ f(x) = \dfrac{2\cos(bx) - 3\cos\left(x\sqrt{2}\right) + 1}{x} & : \ x < 0 \end{cases}$$

1) أ- بين أن $\left|\dfrac{x}{a} E\left(\dfrac{3}{x}\right) - \dfrac{3}{a}\right| \leq \left|\dfrac{x}{a}\right| \quad \left(\forall x \in \mathbb{R}^{+*}\right)$

ب- استنتج أن f قابلة للاشتقاق على يمين 0 و أن $f'_d(0) = \dfrac{3}{a}$

2) بين أن f قابلة للاشتقاق على يسار 0 و أن $f'_g(0) = 3 - b^2$

3) حدد العددين a , b كي تكون f قابلة للاشتقاق في النقطة 0 و بحيث يكون المماس في 0 عمودي على $(\Delta) \ \ x - y = 0$

التمرين العاشر :

1) بين أنه إذا كانت f قابلة للاشتقاق في النقطة a فإن $\lim\limits_{x \to a} f(x) = f(a)$

2) تطبيقات :

أ- أحسب النهايتين : $(1) \quad \lim\limits_{x \to a} \dfrac{x^2 f(x) - a^2 f(a)}{x - a}$ $\qquad (2) \quad \lim\limits_{x \to a} \dfrac{af(x) - xf(a)}{x - a}$

ب- نفترض ان $f(a) > 0$. بين أن الدالة $F(x) = \sqrt{f(x)}$ قابلة للاشتفاف في النقطة a و حدد العدد المشتق

التمرين الحادي عشر

1) لتكن f دالة عددية تقبل قيمة قصوى في النقطة a و قابلة للاشتقاق في a . بين ان $f'(a) = 0$

2) لتكن f دالة عددية تقبل قيمة دنيا في النقطة a و قابلة للاشتقاق في a . بين ان $f'(a) = 0$