1BAC SM BIOF **Exercices de logique** PROF: ATMANI NAJIB

Exercice (1)

Donner la négation et la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes

$(\exists y\in\mathbb{R})(\forall x\in\mathbb{R})\ \ x^2\geq 10y$	$(\forall x\in\mathbb{R})(\exists y\in\mathbb{R})\ \ x+y>2$	$(\forall x\in\mathbb{R})(\exists y\in\mathbb{R})\ \ x^2+y\leq xy$
$(\forall x\in\mathbb{R}^{*+})\quad x+\frac{1}{x}\geq 2$	$(\exists x\in\mathbb{R})(\forall y\in\mathbb{R})\ \ x+2y\leq 1$	$(\forall a\in\mathbb{R})(\exists b\in\mathbb{R})\ \ a^2+2b^2>4ab$

Exercice (2)

Compléter les énoncés suivants pour avoir des propositions vraies

$(\forall x\in\mathbb{R})\ \ x^2\geq 4 \Leftrightarrow$ .... , $(\forall x\in\mathbb{R}^{+})\ \ \sqrt{x}\leq 3 \Leftrightarrow$ ....

$(\forall x\in\mathbb{R})\ \ x\leq 2x^2 \Leftrightarrow x\in$ .... ، $(\forall x\in\mathbb{R}^{*})\ \ \frac{1}{x}>3 \Leftrightarrow$ ....x............

Exercice (3)

1) montrer que : $\left(\forall (a,b)\in [2,+\infty[^2\right)\ \ a^2-4a=b^2-4b \Rightarrow a=b$

2) soient b , a de $\mathbb{R}^*$ tels que $a-b\neq 0$. montrer que $\frac{a+b}{a-b}=3 \Rightarrow a=2b$

3) $(\forall x\in\mathbb{R}^*)(\forall y\in\mathbb{R}^*)\left(x+\frac{1}{x}=y+\frac{1}{y}\right)\Rightarrow (x=y\ ou\ xy=1)$

4) a) quelle est la négation de la proposition P "$(\forall x\in\mathbb{R})(\exists y\in\mathbb{R})\ \ x^2+y-2xy=0$ "

b) montrer que P est fausse

Exercice (4)

En utilisant le raisonnement par contraposé montrer que :

1) $(\forall x\in\mathbb{R})(\forall y\in\mathbb{R})\ (x\neq 1\ et\ y\neq 1)\Rightarrow (xy+1\neq x+y)$

2) $(\forall x\in\mathbb{R})(\forall y\in\mathbb{R})\ (x\neq y)\Rightarrow \left((x+1)(y-1)\neq (x-1)(y+1)\right)$

3) $(\forall x\in\mathbb{N}^*)(\forall x\in\mathbb{N}^*):\ \ xy=1\Rightarrow (x=1\ et\ y=1)$

4) $(\forall a\in\mathbb{R}^+)\ \ a^4+8a^3+18a^2+8a>3 \Rightarrow a+2>\sqrt{3+\sqrt{5-\sqrt{2}}}$

Exercice (5)

En utilisant le raisonnement par récurrence montrer que :

1) $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ \ 11/3^{2n}+2^{6n-5}$

2) $(\forall n\in\mathbb{N})\ \ 17/3\times 5^{2n+1}+2^{3n+1}$

3) $\sum_{k=0}^{k=n} 3^k=\frac{1}{2}\left(3^{n+1}-1\right)$

4) $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ \ 1+\frac{1}{2^2}+.....+\frac{1}{n^2}\leq 2-\frac{1}{n}$

5) $\sum_{k=1}^{k=n}(-1)^{k-1}k^2=(-1)^{n+1}\frac{n(n+1)}{2}$

6) $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ \ \sum_{k=1}^{k=n}\frac{1}{k}\leq\frac{n+1}{2}$

6) $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ \ 2^n\left(1\times 3\times .....\times(2n-1)\right)=(n+1)(n+2)\times.....\times(n+n)$

7) soit x un réel de $\mathbb{R}^+$. a) montrer que $(\forall n\in\mathbb{N})\ \ (1+x)^n\geq 1+nx$

b) déduire que $(\forall n\in\mathbb{N}^*)\ \ (1+n)^n\geq 2n^n$