

TD LIMITE D'UNE FONCTION

EXERCICES D'APPLICATIONS ET DE REFLEXIONS

PROF: ATMANI NAJIB

1BAC SM BIOF

LIMITE D'UNE FONCTION

Exercice : Soit la fonction : $f : x \mapsto \frac{x}{x+1}$

Montrer en utilisant la définition que : $\lim_{x \rightarrow 0} f(x) = 0$

Exercice2 : 1)monter que : $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \cos\left(\frac{2}{x}\right) = 0$

2)a)monter que : $\forall x \in]-1;1[: |x^2 + 5x| \leq 6|x|$

b)Calculer $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 + 5x$

Exercice3 :monter que: $\lim_{x \rightarrow 0} 2 + x^2 \sin\left(\frac{1}{x}\right) = 2$

Exercice4 :monter que: $\lim_{x \rightarrow 4} \sqrt{2x+1} = 3$

Exercice5 :étudier la limite de la fonction :

$$f(x) = \frac{\sqrt{1+x^2} - 1}{x} \text{ en } 0.$$

Exercice6 : Soit la fonction définit par :

$$f(x) = x^2 + 3x + 2$$

monter que : $\lim_{x \rightarrow -1} f(x) = 6$

Exercice7 : Soit la fonction définit par :

$$f(x) = \frac{x-1}{x+1}$$

monter que : $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = \frac{1}{3}$

Exercice8 :Soit la fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$
 $x \mapsto x - E(x)$

Où E désigne la partie entière.

1- Ecrire les expressions de f sans utiliser la

partie entière sur les intervalles $]0,1[$ et $]1,2[$.

2- Construire la courbe de la restriction de f sur $[0,2]$.

3- La fonction f admet-elle une limite en 1.

4- Soit la fonction $g(x) = x$ et $h(x) = x - 1$

a) Remarquer que f et g sont confondues sur

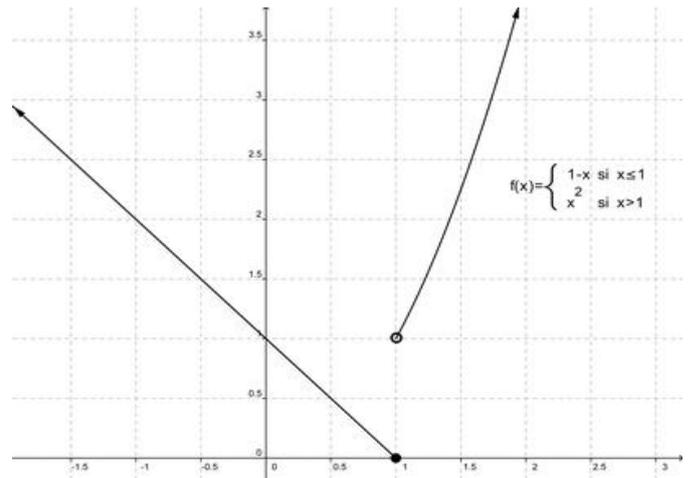
$]0,1[$ et que f et h sont confondues sur $]1,2[$

b) déterminer les limites de g et de h en 1.

Exercice9 :Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{|x-1|x}{x^2-1}$

Déterminer $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

Exercice10 :



La courbe ci-contre est la courbe de la fonction définie par Morceaux comme suite :

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto 1 - x \text{ si } x \leq 1$$

$$x \mapsto x^2 \text{ si } x > 1$$

Déterminer graphiquement les limites de la fonction f à droite et à gauche de 1.

Exercice11 :Soit la fonction g définie par :

$$g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$$

$$x \mapsto 2x^2 - x + 3 \text{ si } x \geq 1$$

$$x \mapsto -x^2 + x + \alpha \text{ si } x < 1$$

Déterminer α pour que la fonction g admet une limite en 1.

Exercice12 :Soit la fonction $f : x \mapsto \frac{(x+1)^2}{|x^2-1|}$

Etudier la limite de f en $x_0 = -1$

Exercice13 : Soit la fonction : $f : x \mapsto \frac{-3}{x^2+2}$

déterminer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

Exercice14 : Soit la fonction : $f : x \mapsto \frac{1 + \sin x}{1 + \sqrt{x}}$

déterminer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Exercice15 : Soit la fonction :

$$f : x \mapsto (x^2 + x^4) \sin \frac{1}{x} \quad \text{déterminer : } \lim_{x \rightarrow 0} f(x)$$

Exercice16 : Soit la fonction : $f : x \mapsto 3x^2 + 5x + 1$

déterminer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

Exercice17 : Soit la fonction : $f : x \mapsto x + \sin x - 1$

déterminer : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

Exercice18 : Soit $f(x) = \frac{2 + \sin\left(\frac{1}{x}\right)}{x^2}$

1- Montrer que $(\forall x \in \mathbb{R}^*) f(x) \geq \frac{1}{x^2}$

2- En déduire $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

Exercice19 : déterminer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} x^2 - \sqrt{x}$

Exercice20 : déterminer : $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 + x + 2 + \frac{1}{x^2}$

Exercice21 : déterminer :

1) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + 1}{(x-1)^2}$ 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^3 + 1}{(x-1)^2}$

3) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} 2x^3 + x^2 - x + 4$

Exercice22 : calculer $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{3x+1}{x^2+x-2}$

Exercice23 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} 2x + 5x^2 - 7x^4$ 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + 5x^2 - 7x^4}{x - 10x^2 + 14x^3}$

3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x + 8x^2 - 2x^5}{x^2 + 2x^6}$ 4) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3x^2 - x}{2x^3 + 2x - 4}$

5) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{4x+1} - 3}{x^2 - 3x + 2}$

Exercice24 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 2x}{\sin 3x}$ 2) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\cos \sqrt{x} - 1}{x}$ 3) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{6}} \frac{\sqrt{3} \sin x - \cos x}{x - \frac{\pi}{6}}$

Exercice25 : Déterminer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \rightarrow 0} x^2 \sin \frac{1}{x}$ 2) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\cos x}{x^3}$ 3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 + \sin x}{x^2 (2 + \cos x)}$

4) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 1 + \frac{x}{2 + \sqrt{x^4 + 1}}$

Exercice26 : Soient les fonctions tels que :

$$f(x) = \sqrt{2x+1}(-3x^2+x) \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{-2x^2+1}{(x-3)^2}(\sqrt{x}+1)$$

$$k(x) = \frac{-3x+1}{x(x-2)} \quad \text{et} \quad h(x) = \frac{x^2+1}{x^3} \sin x$$

1) Déterminer : $\lim_{x \rightarrow 2} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

2) Déterminer : $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ et $\lim_{x \rightarrow 3} g(x)$

3) Déterminer : $\lim_{x \rightarrow 0} h(x)$

4) Déterminer les limites aux bornes du domaine de définition de k

Exercice27 : calculer les limites suivantes :

1) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x}-2}{x^2+3x-10}$ 2) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^3+3x^2-4x-1}{x^3-1}$

3) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2+x} - x$ 4) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\tan x - 1}{x - \frac{\pi}{4}}$

« C'est en forgeant que l'on devient forgeron »

Dit un proverbe.

C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices

Que l'on devient un mathématicien

