Les limites

Exercice (1)

Calculer les limites suivantes

$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^2-x}{x^2-1}$	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^2-x-2}{x^2-4}$	$\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{2x^2+3x-2}{x^2+x-2}$
$\lim\limits_{x\to -2}\dfrac{x^3+8}{x^2+3x+2}$	$\lim\limits_{x\to \frac{2}{3}}\dfrac{3x^2-5x+2}{9x^2-4}$	$\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{2x+3}-3}{x-3}$
$\lim\limits_{x\to -1}\dfrac{2x^4+3x+1}{x^3+2x^2-1}$	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{3x-2}-1}{\sqrt{x}-1}$	$\lim\limits_{x\to 4}\dfrac{x\sqrt{x}-8}{x^2-16}$
$\lim\limits_{x\to 5}\dfrac{5\sqrt{x}-x\sqrt{5}}{x\sqrt{x}-5\sqrt{5}}$	$\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x-1}-\sqrt{3x-2}+1}{x-\sqrt{x-1}-1}$	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x^2+3}-\sqrt{3x+1}}{x-3\sqrt{x}+2}$

Exercice (2)

Calculer les limites ci-dessous :

$\lim\limits_{x\to+\infty} 3x^2-5x+2$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{1}{2}x^3-4x^2+9$; $\lim\limits_{x\to+\infty} (2x+1)^2-5x^2+3$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x^2-x-3}{(x-1)}$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{3x^2-2x+1}{(x-2)^2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^3-2x}{x^2-2x}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x+1}{2x^2-x-1}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2-2x}{x+1}-2x$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\sqrt{x+1}-2}{x+1}$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+1}+2x$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{2-x}-x$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{2x-1}-x$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+1}+2x$; $\lim\limits_{x\to-\infty} \sqrt{x^2+1}+x$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x^2+x}-x$

$\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{x+4}-\sqrt{x}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2\sqrt{x}-3}{3\sqrt{x}+2}$; $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{2x-1}{\sqrt{x}+2}$

Limites remarquables :

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin x}{x}=1$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tnx}{x}=1$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x}{x^2}=\dfrac{1}{2}$
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin(ax)}{x}=a$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{tn(ax)}{x}=a$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos ax}{x^2}=\dfrac{a^2}{2}$

Exercice (3)

Déterminer les limites suivantes :

$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x>1}}\dfrac{2x+3}{x^2-1}$	$\lim\limits_{\substack{x\to \frac{1}{2}\\ x>\frac{1}{2}}}\dfrac{4x-3}{2x-1}$	$\lim\limits_{\substack{x\to -3\\ x>-3}}\dfrac{2x+1}{x^2-9}$
$\lim\limits_{\substack{x\to -2\\ x<-2}}\dfrac{x(x+3)}{(x-1)(x+2)}$	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}}\left(\dfrac{1}{x}+\dfrac{x+2}{x^2}\right)$	$\lim\limits_{\substack{x\to 1\\ x<1}}\dfrac{2x^2-x+3}{x^2-x}$
$\lim\limits_{\substack{x\to 2\\ x>2}}\dfrac{\sqrt{x-2}}{x^2-2x}$	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}}\dfrac{x+2-2\sqrt{x+1}}{x^2}$	$\lim\limits_{\substack{x\to 3\\ x>3}}\dfrac{\sqrt{x-3}+x^2-9}{x-3}$

Exercice (4)

Calculer les limites

$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{x+2\sin x}{2\tan 3x-x}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{4x-\sin 2x}{x+\tan 3x}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos 3x}{x^2}$
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x-1}{x\sin 3x}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos 3x-\cos x}{x^2}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos x+\cos 3x-2}{x^2}$
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{2\sin x-\sin 2x}{x^3}$	$\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin(\pi x)}{x-1}$	$\lim\limits_{x\to \pi}\dfrac{1+\cos x}{\sin x}$
$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1+\sin x}{1-\cos x}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\sin x}{x}$	$\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3-2\cos x}{x^2+1}$
$\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x-3\sin x}{2\cos 3x-5x}$	$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\cos ax-\cos bx}{x^2}$	$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}}\dfrac{1+\cos x}{\sin x}$

Limites et ordre

- si $g(x)\le f(x)\le h(x)$ et $\lim\limits_{x\to\alpha} g(x)=\lim\limits_{x\to\alpha} h(x)=l$ alors $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)=l$
- si $|f(x)-l|\le h(x)$ et $\lim\limits_{x\to\alpha}(x)=0$ alors $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)=l$
- si $f(x)\ge g(x)$ et $\lim\limits_{x\to\alpha} g(x)=+\infty$ alors $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)=+\infty$
- $f(x)\le g(x)$ et $\lim\limits_{x\to\alpha} g(x)=-\infty$ alors $\lim\limits_{x\to\alpha} f(x)=-\infty$