

TD PRODUIT SCALAIRE

PROF : ATMANI NAJIB

1BAC SM BIOF

TD-PRODUIT SCALAIRE DANS \mathcal{V}_2

Etude analytique -Applications : cercle

Exercice1 : dans Le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère orthonormé $\mathcal{R}(O; \vec{i}; \vec{j})$ Considérons les points

$$A(1; -3) \text{ et } B(3; 7) \text{ et } C(-3; 1)$$

- 1) Montrer que le triangle ABC est rectangle en C
- 2) Calculer la surface du triangle ABC

Exercice2: dans Le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère orthonormé $\mathcal{R}(O; \vec{i}; \vec{j})$ Considérons les points

$$A(5; 0) \text{ et } B(2; 1) \text{ et } C(6; 3)$$

- 1) Calculer $\cos(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$ et $\sin(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$
- 2) en déduire une mesure de l'angle $(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$

Exercice3 : déterminer une équation cartésienne de la droite (D) qui passe par $A(0; 1)$ et qui admet $\vec{n}(2; 1)$ comme vecteur normal

Exercice4 : donner un vecteur normal a la droite (D) dans les cas suivants : 1) (D): $x - 2y + 5 = 0$

$$2) (D): 2y - 3 = 0 \quad 3) (D): x - 1 = 0$$

Exercice5 : dans Le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère orthonormé $\mathcal{R}(O; \vec{i}; \vec{j})$ Considérons les points

$$A(-3; 0) \text{ et } B(3; 0) \text{ et } C(1; 5)$$

- 1) déterminer une équation cartésienne de la droite (D) perpendiculaire à la droite (AB) passant par C
- 2) déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) parallèle à la droite (AB) passant par C

Exercice6 : dans Le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère orthonormé $\mathcal{R}(O; \vec{i}; \vec{j})$ Considérons les points $A(1; 2)$ et $B(-2; 3)$ et $C(0; 4)$

- 1) déterminer une équation cartésienne

de la droite (D) médiatrice du segment $[AB]$

- 2) déterminer une équation cartésienne de la droite (Δ) la hauteur du triangle ABC passant par A

Exercice7 : (D) $2x + 3y - 1 = 0$ et

$$(D'): \frac{3}{2}x - y + 4 = 0$$

Etudier la position relative de (D) et (D')

Exercice8 : Soient la droite (D) d'équation :

$$(D): 3x + 4y + 5 = 0$$

- 1) Déterminer les coordonnées du point H la projection orthogonale de O sur (D)
- 2) calculer La distance du point O à la droite (D)
- 3) Déterminer les coordonnées du point O' le symétrique de O par rapport à la droite (D)

Exercice9: dans Le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère orthonormé et direct $\mathcal{R}(O; \vec{i}; \vec{j})$ Considérons les points

$$A(1; -1) \text{ et } B(4; -1) \text{ et } C(-2; 2)$$

$$1) \text{ Calculer : } \overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} \text{ et } \det(\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$$

$$2) \text{ en déduire une mesure de l'angle } (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$$

- 3) Calculer la surface du triangle ABC
- 4) déterminer une équation cartésienne de la hauteur du triangle ABC passant par A
- 5) déterminer une équation cartésienne

$$\text{de la bissectrice de l'angle } (\overrightarrow{AB}; \overrightarrow{AC})$$

Exercice10 : déterminer l'équation cartésienne du cercle de centre $\Omega(-1; 2)$ et de rayon $r = 3$

Exercice11 : Déterminer L'ensemble (E) dans les cas suivants :

$$1) (E): x^2 + y^2 - x + 3y - 4 = 0$$

$$2) (E): x^2 + y^2 - 6x + 2y + 10 = 0$$

$$3) (E): x^2 + y^2 - 4x + 5 = 0$$

Exercice12 : Déterminer une équation du cercle de diamètre $[AB]$ avec $A(1; 2)$ et $B(-3; 1)$

Exercice13 : le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère

$\mathcal{R}(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé. Soient les points

$A(2;3)$ $B(0;1)$; $C(-4;5)$; $E(5;2)$ et $F(2;4)$

1)Ecrire l'équation du cercle circonscrit au Triangle ABC .

2)Ecrire l'équation du cercle circonscrit au triangle OEF

Exercice14: résoudre graphiquement le système :

$$(S) \begin{cases} x^2 + y^2 - 2x - 4y + \frac{11}{4} < 0 \\ x^2 + y^2 + 2x - 4 > 0 \end{cases}$$

Exercice15 : résoudre graphiquement le système :

$$(S) \begin{cases} (1): x^2 + y^2 - 4x < 0 \\ (2): x - y - 1 > 0 \end{cases}$$

Exercice16 : Etudier la position du cercle de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon $R = 2$ avec la droite d'équation

$$(D): x + y + 2 = 0$$

Exercice17 : Etudier la position du cercle (C) de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon $R = 2$ avec la droite

$$(D): x - y + 2 = 0$$

Exercice18 : Etudier la position du cercle (C) de centre $\Omega(1;2)$ et de rayon $R = 1$ avec la droite

$$(D): y = 3$$

Exercice19 : Soit (C) le cercle d'équation :

$$x^2 + y^2 - 4x - 2y + 1 = 0 \quad (1)$$

1)Vérifier que $A(0;1) \in (C)$

2) Ecrire l'équation de la tangente au cercle (C) en A .

Exercice20 : Déterminer l'équation paramétrique du cercle (C) de centre $\Omega(1;-2)$ et de rayon $r = \sqrt{2}$

avec $(\theta \in \mathbb{R})$

Exercice21 : Déterminer l'ensemble (C) des points

$M(x; y)$ du plan tel que :

$$\begin{cases} x = 3 + \sqrt{3} \cos \theta \\ y = 1 + \sqrt{3} \sin \theta \end{cases} \text{ avec } (\theta \in \mathbb{R})$$

Exercice22 : le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère

$\mathcal{R}(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé. (C) l'ensemble des points

$M(x; y)$ du plan tel que : $\begin{cases} x = 2 + 2 \cos \theta \\ y = 2 \sin \theta \end{cases}$ avec $(\theta \in \mathbb{R})$

1) montrer que (C) est le cercle (C) dont on déterminera de centre Ω et de rayon R et une équation cartésienne

2) soit le point $A(-1;0)$; montrer que A est à

l'extérieur du cercle (C) et déterminer les équations

des deux tangentes au cercle (C) passant par A

3) déterminer les équations des deux tangentes au cercle (C) et qui sont parallèles à la droite :

$$(D) : 3x - 4y = 0$$

4)a) soit la droite (Δ) d'équation : $y = x$

Montrer que (Δ) coupe le cercle (C) en deux points à déterminer

4)b) déterminer graphiquement l'ensemble des points

$M(x; y)$ du plan tel que : $\frac{x^2 + y^2}{4} \leq x \leq y$

Exercice23: le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère

$\mathcal{R}(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé. Soient les points

$A(3;4)$ $B(4;1)$; $C(2;-3)$

1)montrer que les points A ; B et C sont non alignés

2)Ecrire l'équation du cercle (C) passant

par A ; B et C

Exercice 24: le plan (\mathcal{P}) est rapporté à un repère

$\mathcal{R}(O; \vec{i}; \vec{j})$ orthonormé. (C_m) l'ensemble des points

$M(x; y)$ du plan tel que :

$$(C_m) : x^2 + y^2 - 2mx + 2y + 2m = 0 \text{ avec } m \text{ Paramètre réel}$$

1)déterminer l'ensemble (C_1)

2) a)montrer que $\forall m \in \mathbb{R} - \{1\}$ (C_m) est un cercle dont déterminera le centre Ω_m et de rayon R_m

2) b) déterminer l'ensemble des centres Ω_m lorsque $m \in \mathbb{R} - \{1\}$

2) b) montrer que tous les cercles (C_m) passent par un point fixe I dont déterminera et tracer $(C_0); (C_2); (C_3)$

3) a) montrer que la droite $(\Delta) : x = 1$ est tangente

A toutes les cercles (C_m)

3) b) soit $m > \frac{-3}{2}$ et $m \neq 1$ et le point $A(0;1)$

Vérifier que A est à l'extérieur des cercles (C_m) et que

la droite (AI) n'est pas tangente aux cercles (C_m)