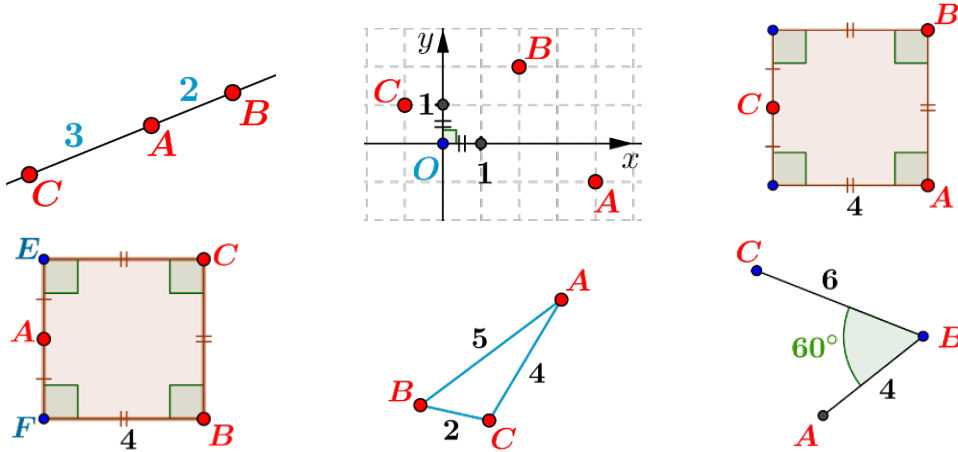


Produit scalaire dans l'espace
Exercices

Rappel : produit scalaire dans le plan

Calculer le produit scalaire $\vec{AB} \cdot \vec{AC}$ dans chacun des cas suivants :

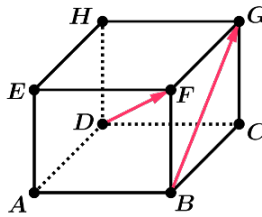


Calculer un produit scalaire dans l'espace

ABCDEFGH est un cube d'arête 1.

Calculer le produit scalaire $\vec{DF} \cdot \vec{BG}$:

- 1) sans utiliser de repère.
- 2) à l'aide d'un repère.

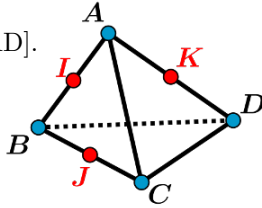


ABCD est un tétraèdre régulier d'arête a .

I, J et K sont les milieux respectifs de [AB], [BC] et [AD].

Déterminer les produits scalaires suivants :

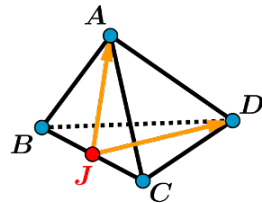
- 1) $\vec{AC} \cdot \vec{AD}$
- 2) $\vec{BI} \cdot \vec{AJ}$
- 3) $\vec{IJ} \cdot \vec{CD}$
- 4) $\vec{JK} \cdot \vec{AD}$



ABCD est un tétraèdre régulier d'arête a .

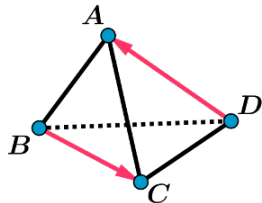
J est le milieu de [BC].

Déterminer le produit scalaire $\vec{JA} \cdot \vec{JD}$



ABCD est un tétraèdre régulier d'arête a .

Déterminer le produit scalaire $\vec{BC} \cdot \vec{DA}$

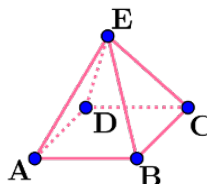


ABCDE est une pyramide à base carrée de sommet E.

Toutes les arêtes sont de même longueur a .

Déterminer les produits scalaires suivants :

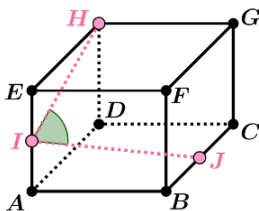
$$\vec{EA} \cdot \vec{EB} \quad \vec{EA} \cdot \vec{EC} \quad \vec{EA} \cdot \vec{DC} \quad \vec{ED} \cdot \vec{DB} \quad \vec{DB} \cdot \vec{EC}$$



ABCDEFGH est un cube de côté a .

I et J sont les milieux respectifs de [AE] et [BC].

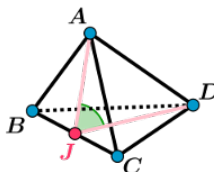
Déterminer la mesure de l'angle \widehat{HIJ} à 0.1° près.



ABCD est un tétraèdre régulier de côté a .

J est le milieu de [BC].

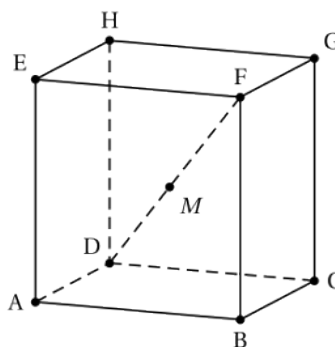
Déterminer une mesure de l'angle \widehat{AJD} à 0.1° près.



Angle maximal dans l'espace - produit scalaire - Bac S Liban 207

On considère un cube ABCDEFGH dont la représentation graphique en perspective cavalière est donnée ci-contre. Les arêtes sont de longueur 1. L'espace est rapporté au repère orthonormé $(D; \vec{DA}; \vec{DC}; \vec{DH})$.

À tout réel x de l'intervalle $[0; 1]$, on associe le point M du segment [DF] tel que $\vec{DM} = x\vec{DF}$. On s'intéresse à l'évolution de la mesure θ en radian de l'angle \widehat{EMB} lorsque le point M parcourt le segment [DF]. On a $0 \leq \theta \leq \pi$.



1) Que vaut θ si le point M est confondu avec le point D? avec le point F?

2) Justifier que les coordonnées du point M sont $(x; x; x)$.

3) Montrer que $\cos(\theta) = \frac{3x^2 - 4x + 1}{3x^2 - 4x + 2}$.

4) On a construit ci-dessous le tableau de variations de la fonction $f : x \mapsto \frac{3x^2 - 4x + 1}{3x^2 - 4x + 2}$.

x	0	$\frac{1}{3}$	$\frac{2}{3}$	1
Variations de f	$\frac{1}{2}$	0	$-\frac{1}{2}$	0

Pour quelles positions du point M sur le segment [DF] :

a) le triangle MEB est-il rectangle en M?

b) l'angle θ est-il maximal?