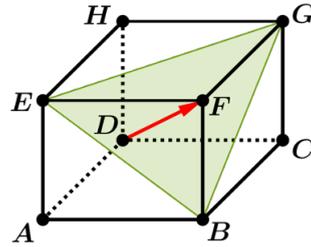


Vecteur normal - équation cartésienne d'un plan

ABCDEFGH est un cube d'arête 1.

On se place dans le repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE})$.

- 1) Démontrer que le vecteur \vec{DF} est normal au plan (EBG).
- 2) En déduire une équation cartésienne du plan (EBG).

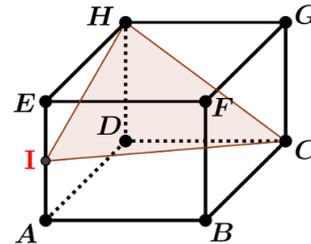


ABCDEFGH est un cube d'arête 1.

I est le milieu du segment [AE].

On se place dans le repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE})$.

- 1) Déterminer un vecteur normal au plan (CHI).
- 2) En déduire une équation cartésienne du plan (CHI).



On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

Dans chaque cas, déterminer une équation cartésienne du plan \mathcal{P} :

- 1) le plan \mathcal{P} passe par le point $A(1; 2; -4)$ et a pour vecteur normal $\vec{n}(2; -1; 1)$.
- 2) le plan \mathcal{P} passe par les points $A(1; 1; 4)$, $B(1; -1; 2)$ et $C(-1; 2; 1)$.

Lien entre équation cartésienne de plan et représentation paramétrique

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

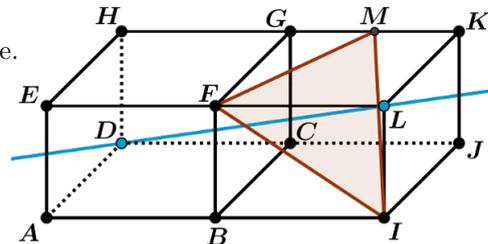
- 1) Justifier que $y = 2x + 1$ est l'équation cartésienne d'un plan \mathcal{P} .
Donner un point et un vecteur normal du plan \mathcal{P} .
- 2) Déterminer 2 vecteurs directeurs du plan \mathcal{P} . En déduire une représentation paramétrique de \mathcal{P} .

Droite perpendiculaire à un plan

Deux cubes d'arête 1, sont disposés comme indiqué sur la figure.

M est le milieu du segment [GK].

La droite (DL) est-elle perpendiculaire au plan (FMI) ?



Intersection d'une droite et d'un plan

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère la droite \mathcal{D} de représentation paramétrique $\begin{cases} x = 1 - t \\ y = 2t \\ z = -1 \end{cases}$ où $t \in \mathbb{R}$

Le plan \mathcal{P} a pour équation cartésienne $2x - y + z - 3 = 0$.

- 1) Justifier que \mathcal{P} et \mathcal{D} sont sécants en un point I.
- 2) Déterminer les coordonnées de I.

Intersection de 2 plans

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère les plans \mathcal{P} et \mathcal{P}' d'équations respectives $2x + 3y - z + 3 = 0$ et $x + y + z - 1 = 0$.

- 1) Démontrer que \mathcal{P} et \mathcal{P}' sont sécants selon une droite \mathcal{D} .
- 2) Déterminer une représentation paramétrique de la droite \mathcal{D} .

Plan perpendiculaire

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère les plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 d'équations respectives $x - 2y + z + 5 = 0$ et $4x + y - z - 2 = 0$.

Déterminer une équation cartésienne du plan \mathcal{P} perpendiculaire à \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 passant par le point $A(2; -1; 1)$.

Distance d'un point à une droite par 2 méthodes

Dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$, on considère le point $A(-1; 1; 2)$

et la droite \mathcal{D} de représentation paramétrique
$$\begin{cases} x = t \\ y = -1 \\ z = 1 - 2t \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R}$$

L'objectif de cet exercice est de déterminer la distance d , du point A à la droite \mathcal{D} , c'est à dire la plus petite des longueurs AM lorsque M décrit la droite \mathcal{D} .

Méthode 1

- 1) On considère la fonction f définie sur \mathbb{R} par $f(t) = AM$ où M est un point de \mathcal{D} de paramètre t . Déterminer $f(t)$ en fonction de t puis le minimum de f . Conclure.

Méthode 2

- 2.a) Déterminer une équation cartésienne du plan \mathcal{P} perpendiculaire à \mathcal{D} passant par A.
- 2.b) Déterminer les coordonnées du point H, intersection de \mathcal{P} et \mathcal{D} .
- 2.c) Conclure.

Distance d'un point à un plan

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère le point $A(-7; 0; 4)$ et le plan d'équation cartésienne $x + 2y - 2z - 3 = 0$.

L'objectif de cet exercice est de déterminer la distance du point A au plan \mathcal{P} , c'est à dire la plus petite des longueurs AM lorsque M décrit le plan \mathcal{P} .

- 1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite \mathcal{D} passant par A et perpendiculaire à \mathcal{P} .
- 2) Déterminer les coordonnées du point H, intersection de \mathcal{P} et \mathcal{D} .
- 3) Conclure.

Perpendiculaire commune à deux droites de l'espace

Dans un repère orthonormé, on considère la droite \mathcal{D}_1 passant par $A_1(-1; 0; -1)$ et de vecteur directeur $\vec{u}_1(1; 2; 3)$

et la droite \mathcal{D}_2 de représentation paramétrique :
$$\begin{cases} x = 1 + t \\ y = -2t \\ z = 2 \end{cases} \text{ où } t \in \mathbb{R}.$$

- 1) Déterminer un vecteur directeur de \mathcal{D}_2 , noté \vec{u}_2 .
- 2) Déterminer les coordonnées d'un vecteur non nul \vec{v} orthogonal à \vec{u}_1 et à \vec{u}_2 .
- 3) On considère le plan $\mathcal{P}(A_1; \vec{u}_1; \vec{v})$.
 - a) Montrer que le vecteur $\vec{n}(17; -22; 9)$ est normal à \mathcal{P} . En déduire une équation cartésienne de \mathcal{P} .
 - b) Déterminer les coordonnées du point I, intersection de \mathcal{P} et \mathcal{D}_2 .
 - c) Démontrer que la droite Δ passant par I et de vecteur directeur \vec{v} est perpendiculaire à \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 .

Intersection de sphère et de plan

Dans un repère orthonormé, on considère le plan \mathcal{P} d'équation $2x - y + 3z + 15 = 0$ et le point $S(1; 4; 5)$.

- 1) Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ perpendiculaire à \mathcal{P} passant par le point S.
- 2) Déterminer les coordonnées du point K, intersection de \mathcal{P} et Δ .
- 3) Le plan \mathcal{P} coupe-t-il la sphère \mathcal{S} de centre S et de rayon 7? Justifier.

Plan tangent à une sphère

Dans un repère orthonormé, on considère l'ensemble (E) d'équation : $x^2 - 6x + y^2 + z^2 + 10z - 2 = 0$.

- 1) Démontrer que (E) est une sphère \mathcal{S} dont on donnera les coordonnées du centre S et le rayon r .
- 2) On considère le plan \mathcal{P} d'équation cartésienne $2x - y - 2z + 2 = 0$. Déterminer une représentation paramétrique de la droite Δ passant par S et perpendiculaire à \mathcal{P} .
- 3) Déterminer les coordonnées du point H, intersection de Δ et \mathcal{S} .
- 4) Le plan \mathcal{P} est-il tangent à la sphère \mathcal{S} ? Justifier.

Intersection de sphère et de droite

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère la droite Δ passant par le point $A(4; 1; 3)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1; -2; 1)$.

Déterminer l'intersection de la droite Δ avec la sphère \mathcal{S} de centre $\Omega(1; 2; -1)$ et de rayon $\sqrt{14}$.

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier.

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

1. Si deux plans \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont perpendiculaires à un troisième plan \mathcal{P}_3 alors \mathcal{P}_1 et \mathcal{P}_2 sont parallèles.
2. Si deux droites \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 sont perpendiculaires à une troisième droite \mathcal{D}_3 alors \mathcal{D}_1 et \mathcal{D}_2 sont parallèles.
3. Si deux plans sont perpendiculaires, toute droite de l'un est orthogonale à toute droite de l'autre.
4. La droite passant par $A(3; -1; 2)$ et de vecteur directeur $\vec{u}(1; 1; -2)$ est parallèle au plan d'équation cartésienne $2x - y + z - 1 = 0$.
5. Les plans d'équations cartésiennes $2x - z + 1 = 0$ et $x - y + z - 3 = 0$ sont perpendiculaires.

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier.

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On donne les points $A(2; 0; -3)$, $B(1; 2; -1)$ et $C(-2; 1; 3)$.

1. La droite (AB) appartient au plan d'équation cartésienne $2x - y + z - 1 = 0$.
2. Le point $H(2; -1; 2)$ est le projeté orthogonal du point $A(4; -3; 2)$ sur le plan d'équation cartésienne $x - y = 3$.
3. A, B et C définissent un plan qui a pour équation cartésienne $x + 2y + z + 1 = 0$.

Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses? Justifier.

On se place dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$.

On considère le plan \mathcal{P} d'équation cartésienne $x - y + 3z + 1 = 0$,

et la droite \mathcal{D} dont une représentation paramétrique est
$$\begin{cases} x = 2t \\ y = 1 + t \\ z = -5 + 3t \end{cases} \quad \text{où } t \in \mathbb{R}.$$

On donne les points $A(1; 1; 0)$, $B(3; 0; -1)$ et $C(7; 1; -2)$.

1. Une représentation paramétrique de la droite (AB) est
$$\begin{cases} x = 5 - 2t \\ y = -1 + t \\ z = -2 + t \end{cases} \quad \text{où } t \in \mathbb{R}.$$
2. Les droites \mathcal{D} et (AB) sont orthogonales.
3. La droite \mathcal{D} coupe le plan \mathcal{P} au point E de coordonnées $(8; -3; -4)$.
4. Les plans \mathcal{P} et (ABC) sont parallèles.

Équation de plan dépendant d'un paramètre - Bac S Nouvelle Calédonie 2016

Dans le repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j}; \vec{k})$ de l'espace, on considère pour tout réel m , le plan P_m d'équation

$$\frac{1}{4}m^2x + (m - 1)y + \frac{1}{2}mz - 3 = 0$$

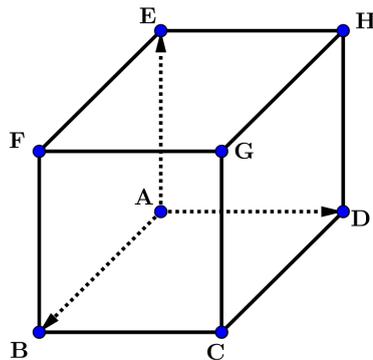
1. Pour quelle(s) valeur(s) de m le point $A(1; 1; 1)$ appartient-il au plan P_m ?
2. Montrer que les plans P_1 et P_{-4} sont sécants selon la droite (d) dont on donnera une représentation paramétrique.
3. Montrer que l'intersection entre P_0 et (d) est un point noté B dont on déterminera les coordonnées.
4. Justifier que pour tout réel m , le point B appartient au plan P_m .
5. Montrer que le point B est l'unique point appartenant à P_m pour tout réel m .

Équation de plan et section d'un cube - Bac S Pondichéry 2017

ABCDEFGH est un cube.

Dans le repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE})$, on note \mathcal{P} le plan d'équation $x + \frac{1}{2}y + \frac{1}{3}z - 1 = 0$.

Construire, sur la figure ci-dessous, la section du cube par le plan \mathcal{P} , en justifiant.



Projeté orthogonal - Exercice de révision - Bac S Centre étranger 2018

La figure ci-contre représente un cube ABCDEFGH. Les points I, J, K sont définis par les conditions suivantes :

I est le milieu de [AD]. $\vec{AJ} = \frac{3}{4}\vec{AE}$. K est le milieu de [FG].

On se place dans le repère $(A; \vec{AB}; \vec{AD}; \vec{AE})$.

1. Donner sans justification les coordonnées de I, J et K.
2. Justifier que I, J et K définissent un plan.
3. Déterminer les réels a et b tels que le vecteur $\vec{n}(4; a; b)$ soit normal au plan (IJK).
4. En déduire une équation cartésienne du plan (IJK).
5. On note R le projeté orthogonal du point F sur le plan (IJK). On définit l'intérieur du cube comme l'ensemble des points $M(x; y; z)$ tels

$$\text{que } \begin{cases} 0 < x < 1 \\ 0 < y < 1 \\ 0 < z < 1 \end{cases} . \text{ Le point R est-il à l'intérieur du cube ?}$$

