GÉNÉRALITÉ SUR LES FONCTIONS

Exercice (1)

Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

(1) $f(x)=\dfrac{x+3}{|x+4|-3x}$ (2) $f(x)=\dfrac{x^2}{x-\sqrt{x}+2}$

(3) $f(x)=\sqrt{x-\sqrt{x}}$ (4) $f(x)=\sqrt{\dfrac{x}{3}-\dfrac{3}{x}}$

Exercice (2)

Etudier la parité de chacune des fonctions suivantes

(1) $f(x)=\dfrac{x}{|3x|+x^2+1}$ (2) $f(x)=3\sin^2(2x)$

(3) $f(x)=x+|2x-3|-|2x+3|$

(4) $f(x)=\dfrac{x^3+2x}{|x+2|+|x-2|+1}$

Exercice (3)

soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ telle que :

$$\begin{cases} f(x)=x^2-2x-4 & : x\geq 3 \\ f(x)=\dfrac{-2x}{x+3} & : 0\leq x<3 \end{cases}$$ et f impaire

1) calculer $f(1)$; $f(4)$; $f(-5)$; $f(-2)$

2) donner l'expression de $f(x)$ pour $x\in\left]-\infty,-3\right]$

Exercice (4)

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{x^2-2}{x^2+3}$

1) Montrer que f est majorée par 1

2) montrer que f est minorée par $-\dfrac{2}{3}$

Exercice (5)

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{x^2}{x^2+3}$

1) Montrer que f est majorée par 1

2) montrer que f est minorée

Exercice (6)

On considère la fonction $f(x)=\dfrac{1}{1+\sqrt{x}}$

Déterminer D_f puis montrer que f est bornée

Exercice (7)

On considère la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{\sqrt{x}}{1+x}$

1) montrer que :

$(\forall x\in\mathbb{R}^+)(\forall y\in\mathbb{R}^+)\ x+y\geq 2\sqrt{xy}$

2) déterminer D_f puis montrer que f est bornée

Exercice (8)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par :

$f(x)=\dfrac{x-2\sin x}{|x|+3}$

1) montrer que $(\forall x\in\mathbb{R})\ |x-2\sin x|\leq|x|+2$

2) déduire que f est bornée

Exercice (9)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{x\cos x}{x^2+1}$

1) montrer que $(\forall x\in\mathbb{R})\ x^2+1\geq 2|x|$

2) déduire que f est bornée

Exercice (10)

On considère la fonction $f(x)=\dfrac{4x+3}{\sqrt{x^2+1}}$

1) Développer et simplifier $(4x+3)^2+(3x-4)^2$

2) déduire que f est bornée

Exercice (11)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\sqrt{x+4}-\sqrt{x+1}$

1) déterminer D_f et montrer que f est minorée

2) calculer $\left(\sqrt{x+4}+\sqrt{x+1}\right)f(x)$

et déduire que $Max\ f(x)=\sqrt{3}$

Exercice (12)

On considère la fonction $f(x)=x-\sqrt{x^2-x+1}$

1) déterminer D_f

2) développer $\left(x-\dfrac{1}{2}\right)^2$ et déduire que f est majorée

Exercice (13)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{2x^2+x-1}{x^2-x+1}$

1) montrer que f admet un minimum en $a=0$

2) montrer que f admet un maximum en $b=2$

Exercice (14)

Soit f la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{x}{x^2+x+1}$

1) montrer que f admet un minimum en $a=-1$

2) montrer que f admet un maximum en $b=1$

Exercice (15)

On pose $f(x)=2\sin x-\cos x$

1) montrer que f est bornée

2) calculer $(2\sin x-\cos x)^2+(\sin x+2\cos x)^2$

3) déduire que $(\forall x\in\mathbb{R})\ -\sqrt{5}\leq f(x)\leq\sqrt{5}$