

### Exercice 1

Soit  $h$  la fonction définie par :  $h(x) = \frac{x+1}{1-\sqrt{1-x}}$

- 1) a) déterminer  $D$  le domaine de définition de  $h$   
b) étudier les branches infinies de la courbe  $(C)$
- 2) étudier la dérivabilité de  $h$  à gauche de 1
- 3) a) calculer la dérivée  $h'(x)$   
b) dresser le tableau de variation de  $h$
- 4) tracer la courbe  $(C)$

proposé par : lamribah

### Exercice 2

Soit  $f$  la fonction définie par :  $f(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + 6x + 4}{(x+1)^2}$

- 1) a) déterminer  $D$  le domaine de définition de  $f$   
b) calculer les limites aux bornes de  $D$   
c) déduire l'équation de l'asymptote verticale
- 2) a) déterminer les réels  $a$ ,  $b$  et  $c$  tels que :  
$$f(x) = x + a + \frac{bx + c}{(x+1)^2}$$
  
b) déduire l'équation de l'asymptote oblique  $(\Delta)$

c) étudier la position de  $(C_f)$  par rapport à la droite  $(\Delta)$

3) on pose  $P(x) = x^3 + 3x^2 - 2x - 2$

a) montrer que  $(\forall x \in D) \quad f'(x) = \frac{P(x)}{(x+1)^3}$

b) calculer  $P(1)$  puis factoriser  $P(x)$

c) étudier les variations de  $f$  et dresser le tableau de variation

4) a) donner l'équation de la tangente à  $(C_f)$  au point d'abscisse 0

b) tracer la courbe  $(C_f)$

proposé par : ELOULJI

### Exercice 3

On considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{x}{2} - \sqrt{x+1}$

- 1) déterminer  $D_f$  et calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- 2) étudier la branche infinie de la courbe  $(C_f)$  en  $+\infty$
- 3) a) étudier la dérivabilité de  $f$  à droite de  $-1$   
b) donner une interprétation graphique du résultat
- 4) a) montrer que  
b) dresser le tableau de variation de  $f$
- 5) tracer la courbe  $(C_f)$

### Exercice 4

Soit  $g$  la fonction définie par :  $g(x) = x + 2 - \sqrt{3x + 1}$

- 1) a) déterminer  $D_g$  et calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$   
 b) étudier la branche infinie de la courbe  $(C)$  en  $+\infty$
- 2) étudier la dérivabilité de  $g$  à droite de  $-\frac{1}{3}$
- 3) a) montrer que :  

$$\left( \forall x \in \left] -\frac{1}{3}, +\infty \right[ \right) g'(x) = \frac{12x - 5}{2\sqrt{3x + 1}(2\sqrt{3x + 1} + 3)}$$
 b) dresser le tableau de variation de  $g$
- 4) a) étudier la position de  $(C)$  et la droite  $(D)$   $y = x$   
 b) tracer la courbe  $(C)$  **proposé par : NABOUZI**

### Exercice 5

on considère la fonction  $f$  telle que :  $f(x) = \frac{x^3 - x^2 - x + 1}{x^2}$

- 1) a) calculer les limites de  $f$  aux bornes de  $D_f$   
 b) étudier les branches infinies de la courbe  $(C_f)$
- 2) a) montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}^*) f'(x) = \frac{(x-1)(x^2 + x + 2)}{x^3}$   
 b) dresser le tableau de variation de  $f$

- 3) a) montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}^*) f''(x) = \frac{2(3-x)}{x^4}$   
 b) étudier la concavité de la courbe  $(C_f)$
- 4) développer  $(x+1)(x-1)^2$  et déduire les points d'intersection de  $(C_f)$  avec l'axe des abscisses
- 5) tracer la courbe  $(C_f)$  **proposé par : ELMIR**

### Exercice 6

Soit la fonction  $F$  définie par :  $F(x) = x + \frac{1}{2} + \frac{1}{x^2 + 1}$

- 1) calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} F(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} F(x)$
- 2) a) déterminer l'équation de  $(\Delta)$  l'asymptote oblique à  $(C)$   
 b) étudier la position de  $(C)$  par rapport à  $(\Delta)$
- 3) a) calculer  $F'(x)$  et dresser le tableau de variation  
 b) déterminer l'intersection de  $(C)$  et l'axe des abscisses
- 4) a) calculer  $f''(x)$  puis déterminer les points d'inflexions  
 b) tracer la courbe  $(C)$
- 5) a) résoudre graphiquement l'inéquation  $f(x) \geq 0$   
 b) montrer que  $(\forall x \in \mathbb{R}^+) \sqrt{x+1} + \frac{1}{x+2} \geq \frac{3}{2}$

**proposé par : BOUDEH**