

Evaluation N° 4
Deuxième Semestre
Mathématiques

Année scolaire	: 2017 - 2018.
Niveau	: 1 ^{ère} Année Bac. Mathématiques.
Date	: 12 / 05 / 2018.
Durée	: 2 heures.

Exercice 1 : (9 points)

L'espace est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$
 On considère la sphère (S) d'équation: $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y + 2z = 0$
 et le plan (P) d'équation cartésienne: $x + y + z + 4 = 0$

- 1) Montre que le centre de (S) est $\Omega(1, -1, -1)$ et son rayon est $\sqrt{3}$
- 2) Calcule $d(\Omega, (P))$ et déduis que (P) est tangent à (S)
- 3) Vérifie que $H(0, -2, -2)$ est le point de contact de (P) et (S)
- 4) On considère les deux points $A(2, 1, 1)$ et $B(1, 0, 1)$
- a) Montre que $\vec{OA} \wedge \vec{OB} = \vec{i} - \vec{j} - \vec{k}$ et déduis que $x - y - z = 0$ est une équation cartésienne du plan (OAB)
- b) Détermine une représentation paramétrique de la droite (D) passant par Ω et orthogonale au plan (OAB)
- c) Détermine le triplet de coordonnées de chacun des deux points d'intersection de la droite (D) et la sphère (S)
- d) Calcule $\vec{\Omega H} \wedge \vec{OH}$ et en déduis l'aire du triangle (OH Ω)

Exercice 2 : (5 points)

Une urne contient 5 boules blanches et 4 boules rouges et 2 boules vertes. On suppose que toutes les boules sont identiques.
 On tire au hasard et simultanément 3 boules de l'urne

- 1) Calcule le nombre des cas possibles
- 2) Calcule le nombre des cas contenant 3 boules de même couleur
- 3) Calcule le nombre des cas qui contiennent 3 boules de couleurs différentes deux à deux
- 4) Calcule le nombre des cas contenant exactement deux boules blanches
- 5) Calcule le nombre des cas contenant au moins 1 boule blanche

Exercice 3: (4 points)

Un sac contient 6 jetons indiscernables au toucher: 3 jetons portent le nombre 3 et deux jetons portent le nombre 1 et un seul jeton porte le nombre 2. On tire au hasard successivement et avec remise deux jetons du sac.

- 1) Calculer le nombre de tirages possibles
- 2) Combien y a-t-il de tirages contenant deux jetons portant le même nombre?
- 3) Calculer le nombre des cas possibles pour que:
 - a) la somme des nombres portés par les jetons tirés égale à 4
 - b) le produit des nombres portés par les jetons tirés est pair

Exercice 4: (2 points)

- 1) Résoudre l'équation suivante dans \mathbb{N} : $6 \binom{5}{m} = A_m^3$
- 2) m et n étant deux entiers naturels non nuls et p un entier naturel tel que $p \leq m$ et $p \leq n$

a) Montrer que :

$$\binom{p}{m+n} = \binom{p}{m} \binom{0}{n} + \binom{p-1}{m} \binom{1}{n} + \dots + \binom{1}{m} \binom{p-1}{n} + \binom{0}{m} \binom{p}{n}$$

b) En déduire la valeur de la somme :

$$S = \binom{0}{m}^2 + \binom{1}{m}^2 + \dots + \binom{m}{m}^2$$