2015-16	DEVOIR	1ère bac SM

Exercice 1

Calculer les limites ci-dessous

$\lim\limits_{x\to+\infty} \sqrt{2x^2+x}-\sqrt{2x^2-3x}$	$\lim\limits_{\substack{x\to 3 \\ x<3}} \dfrac{2x^2+1}{3x-x^2}$	$\lim\limits_{x\to-2} \dfrac{3x^2+5x-2}{2x^2+5x+2}$
$\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{xE(-x)+11}{4x^2-9}$	$\lim\limits_{x\to0} \dfrac{2\tan x-\sin 2x}{x^3}$	$\lim\limits_{x\to4} \dfrac{x^2-5\sqrt{x}-6}{x-5\sqrt{x}+6}$

Exercice 2

Soient a et b deux réels de $\mathbb{R}^*$.

1) a) calculer $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-\sqrt{1-bx^2}}{x^2}$

b) montrer par récurrence que $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$ $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-\cos^n(ax)}{x^2}=\dfrac{na^2}{2}$

2) en déduire la limite $\lim\limits_{x\to0} \dfrac{1-\sqrt{1-600x^2}\cos^{11}(13x)\cos^{13}(11x)}{x^2}$

Exercice 3

Soit $(U_n)_n$ la suite telle que $U_0=\dfrac{1}{2}$ et $U_{n+1}=\sqrt{\dfrac{1}{2}U_n^2+2}$

1) montrer que $(\forall n\in\mathbb{N})$ $0<U_n<2$

2) étudier le signe de $U_{n+1}^2-U_n^2$ en déduire la monotonie de $(U_n)_n$

3) on pose $V_n=U_n^2-4$

a) montrer que $(V_n)_n$ est géométrique puis déterminer U_n en fonction de n

b) calculer en fonction de n la somme $S_n=\sum\limits_{k=0}^{k=n}U_k^2$

Exercice 4

1) résoudre dans $]0,\pi[$ l'équation $\sin 5x=0$

2) a) montrer que $\sin 3x+\sin 5x=8\sin x\cos^2 x(1-2\sin^2 x)$

b) sachant que $\sin 3x=3\sin x-4\sin^3 x$ montrer que $\sin 5x=\sin x(16\sin^4 x-20\sin^2 x+5)$

3) en déduire les valeurs de $\sin\dfrac{\pi}{5}$; $\sin\dfrac{2\pi}{5}$