1BSM	**Mathématique** **Contrôle 2**	Groupe scolaire Anisse
semestre 1	**23/11/2017**	**Lycée Anisse**

Durée : 2h

Exercice 1 : (5 Points)

Soit f une application définie de $\mathbb{R}-\{1\}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{2x+5}{x-1}$

1. Montrer que f est une application injective. 2pts
2. Déterminer : $f^{-1}\left(\dfrac{2}{3}\right)$ 1pts
3. Déterminer : $f(]1;+\infty[)$ et $f^{-1}(]-\infty;2[)$. 2pts

Exercice 2: (2.5 Points)

Soit g une application définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $g(x)=x^3+x-2$

1. Montrer que g est une application injective 1.5pts
2. Déduire les solutions de l'équation $g(x)=0$. 1pts

Exercice 3: (3 Points)

Soit h une application définie par : $h:\ ]0;+\infty[\to \mathbb{R}$, $x \to x+\dfrac{1}{x}$

1. Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}_+^*$ $h\left(\dfrac{1}{x}\right)=h(x)$. h est- elle injective ?. justifier 1.5pts
2. Montrer que : $\forall x\in]0,+\infty[$: $h(x)\geq 2$. h est -elle surjective ?. justifier 1.5pts

Exercice 4: (2 Points)

Montrer que l'application : $F:\ [4;+\infty[\to [0;+\infty[$, $x \to \sqrt{x-2\sqrt{x}}$ est bijective 2pts

et que : $F^{-1}(x)=\left(1+\sqrt{1+x^2}\right)^2$ pour tout $x\in[0,+\infty[$

Exercice 5: (2.5 Points)

Soit une fonction numérique f à variable réelle x définie par : $f(x) = x^3 - 3x + 1$

1 : Montrer que la fonction f est décroissante sur l'intervalle $[0,1]$ — 1.5pts

2 : Déduire que : $\forall x \in [0,1]$: $-1 \le f(x) \le 1$. — 1pts

Exercice 6: (3.5 Points)

On considère l'ensemble E définie par : $E = \left\{ \dfrac{x}{\sqrt{x-1}} \;/\; x \in]1;+\infty[\right\}$

1. Montrer que : $3 \in E$ et que $1 \notin E$ — 1pts

2. Montrer que : $E \subset [2;+\infty[$. — 1pts

3. **a**. Prouver que $(\forall y \in [2;+\infty[)\ (\exists x \in]1;+\infty[)$: $y = \dfrac{x}{\sqrt{x-1}}$ — 1pts

b. Déduire que $E = [2;+\infty[$ — 0.5pts

Exercice 7 : (1.5 Points)

Soit G la fonction définie par : $G(x) = \dfrac{x - E(x)}{x + 1 - E(x)}$

1. Démontrer que $D_G = \mathbb{R}$. — 0.5pts

2. Montrer que $\forall x \in \mathbb{R}$: $G(x+1) = G(x)$. — 0.5pts

3. Montrer que $\forall x \in [0;1[$: $G(x) = \dfrac{x}{x+1}$. — 0.5pts

« Sans doute il serait plus simple de n' enseigner que le résultat. Mais l'enseignement des ésultats de la science n' a jamais été un enseignement scientifique ». **Gaston Bachelard**.

Bon courage