1BSM	Mathématique Contrôle 2	Inisse Groupe scolaire
Trimestre 1	2016/11/23	Lycée Anisse

Durée : 2h

Exercice 1 : (4.5 Points)

Soit f une application définie de $\mathbb{R}-\{2\}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{3x+5}{x-2}$

1. Montrer que f est une application injective. — 2pts
2. Déterminer : $f^{-1}(5)$ — 0.5pts
3. Déterminer : $f(]2;+\infty[)$ et $f^{-1}(]-\infty;3[)$. — 2pts

Exercice 2: (4.5 Points)

Soit f une application définie par : $f: \begin{array}{rcl} \mathbb{R} & \to & \mathbb{R} \\ x & \to & x^2-8x+7 \end{array}$

1. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x)=7$. f est- elle injective ?. — 1.5pts
2. Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $f(x)\geq -9$. f est -elle surjective ?. — 1.5pts
3. Soit g la restriction de f sur $]-\infty;4]$:

   Prouver que g est bijective de $]-\infty;4]$ vers $[-9,+\infty[$ et donner l'expression de $g^{-1}(x)$ — 1.5pts

   Pour tout x de $[-9,+\infty[$.

Exercice 3: (4.5 Points)

On considère la fonction f une définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x)=\dfrac{3x^2-1}{x^2+2}$

1- **a.** Montrer que f est une fonction paire . — 1pts

b. Vérifier que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $f(x)=3-\dfrac{7}{x^2+2}$ — 0.5pts

c. Montrer que : $\forall x\in\mathbb{R}$: $\dfrac{-1}{2}\leq f(x)<3$ — 1.5pts

2- Etudier la monotonie de f sur $[0,+\infty[$ et déduire sa monotonie sur $]-\infty;0]$. — 1.5pts

Exercice 4: (5 Points)

On considère les deux fonctions f et g définies par :

$$f(x) = \sqrt{x-3} \quad \text{et} \quad g(x) = x^2 - 4x + 5$$

1-Dresser le tableau de variation de f et g. 1pts

2- Montrer que g admet une valeur minimale sur $\mathbb{R}$. 1pts

3-On considère la fonction h définie sur $[3,+\infty[$ par : $h(x) = g \circ f(x)$

a- Déterminer l'expression de $h(x)$ pour tout x de l'intervalle $[3,+\infty[$. 1pts

b- Etudier la monotonie de h sur les deux intervalles $[3,7[$ et $[7,+\infty[$. 2pts

Exercice 5: (1.5 Points)

Montrer que l'application :
$$F : \mathbb{R}^+ \to [2;+\infty[$$
$$x \to x^2 + 2x\sqrt{x} + x + 2$$
est une bijection

et que : $F^{-1}(x) = \frac{1}{4}\left(\sqrt{1+4\sqrt{x-2}} - 1\right)^2$ pour tout $x \in [2,+\infty[$ 1.5pts

La logique est l'art de la démonstration

« Sans doute il serait plus simple de n' enseigner que le résultat. Mais l'enseignement des résultats de la science n' a jamais été un enseignement scientifique ». **Gaston Bachelard.**

Bon courage