2017-2018	DEVOIR N°1	1 ÈRE BAC SM

EXERCICE (1)

On considère les propositions suivantes

P_1 " $(\forall x\in\mathbb{R})(\exists y\in\mathbb{R})$: $x+2y>3$ "

P_2 " $(\exists z\in\mathbb{R})$ $z-1<\dfrac{z}{z-1}\leq z$ "

P_3 " $(\forall a\in\mathbb{R})(\forall b\in\mathbb{R})$: $\left[(a\neq 1\ et\ b\neq 1)\Rightarrow(a+b\neq 2)\right]$

1) donner la négation des propositions P_1 , P_2 et P_3 — 4 pts

2) donner la contraposée de l'implication définie dans la proposition P_3 — 1 pt

3) quelle est la valeur de vérité de la proposition P_3 ? — 1.5 pt

EXERCICE (2)

On pose $I=\left]-\infty,-2\right[$

1) montrer que $(\forall a\in I)(\forall b\in I)$ $ab+a+b>0$ — 1.5 pt

2) en utilisant le raisonnement par contraposée montrer que :

$(\forall a\in I)(\forall b\in I)$ / $\left[(a\neq b)\Rightarrow\left(\dfrac{a+1}{a^2+2a+2}\neq\dfrac{b+1}{b^2+2b+2}\right)\right]$ — 2 pts

EXERCICE (3)

En raisonnant par récurrence montrer que :

1) $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$ $\sum_{k=1}^{k=n}k\times 2^{k-1}=1+2^n(n-1)$ — 2 pts

2) $(\forall n\in\mathbb{N}^*)$ $\sum_{p=1}^{p=n}\dfrac{1}{4p^2-1}=\dfrac{n}{2n+1}$ — 2 pts

EXERCICE (4)

Utilisez le raisonnement par disjonction de cas et montrer que :

$(3\ ne\ divise\ pas\ n)\Rightarrow(3\ divise\ n^2-1)$ — 2 pts

EXERCICE (5)

Soient a et b deux nombres rationnels tels que $a\neq b$.

On pose $x=\dfrac{a+b\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ (on rappelle que $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$)

1) Montrer par l'absurde que $x\neq b$ — 1.5 pt

2) Montrer que $x\notin\mathbb{Q}$ (utilisez un raisonnement par l'absurde) — 1.5 pt