

2017-16	Devoir	1SM
<b>EXERCICE (1)</b>		
Déterminer la négation de chacune des propositions suivantes		
(1) " $(\forall x \in \mathbb{R}) : x \leq 0$ ou $x + \frac{1}{x} \geq 2$ "		
(2) " $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : \left( \left  x \right  \leq \frac{1}{n} \right) \Rightarrow (x = 0)$ "		
(3) " $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists p \in \mathbb{Z}) : p \leq x < p + 1$ "		
<b>EXERCICE (2)</b>		
En utilisant le raisonnement par contraposé montrer que		
1) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : (x \neq 1 \text{ et } y \neq -2) \Rightarrow (xy - 2 \neq y - 2x)$		
2) montrer que		
$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : \left( x \neq -\frac{1}{2} \text{ et } y \neq -\frac{1}{2} \right) \Rightarrow \left( 2xy + x + y \neq -\frac{1}{2} \right)$		
<b>EXERCICE (3)</b>		
1) montrer par récurrence que		
$(\forall n \in \mathbb{N}^*) -1 + 2 - 3 + \dots + (-1)^n n = \frac{(-1)^n (2n + 1) - 1}{4}$		
2) a) montrer que $(\forall m \in \mathbb{N}^*) \sqrt{m+1} - \sqrt{m} \leq \frac{1}{\sqrt{m+1}}$		
b) montrer par récurrence que		
$(\forall n \in \mathbb{N}^*) 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$		

2017-16	Devoir	1SM
<b>EXERCICE (1)</b>		
Déterminer la négation de chacune des propositions suivantes		
(1) " $(\forall x \in \mathbb{R}) : x \leq 0$ ou $x + \frac{1}{x} \geq 2$ "		
(2) " $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : \left( \left  x \right  \leq \frac{1}{n} \right) \Rightarrow (x = 0)$ "		
(3) " $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists p \in \mathbb{Z}) : p \leq x < p + 1$ "		
<b>EXERCICE (2)</b>		
En utilisant le raisonnement par contraposé montrer que		
1) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : (x \neq 1 \text{ et } y \neq -2) \Rightarrow (xy - 2 \neq y - 2x)$		
2) montrer que		
$(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : \left( x \neq -\frac{1}{2} \text{ et } y \neq -\frac{1}{2} \right) \Rightarrow \left( 2xy + x + y \neq -\frac{1}{2} \right)$		
<b>EXERCICE (3)</b>		
1) montrer par récurrence que		
$(\forall n \in \mathbb{N}^*) -1 + 2 - 3 + \dots + (-1)^n n = \frac{(-1)^n (2n + 1) - 1}{4}$		
2) a) montrer que $(\forall m \in \mathbb{N}^*) \sqrt{m+1} - \sqrt{m} \leq \frac{1}{\sqrt{m+1}}$		
b) montrer par récurrence que		
$(\forall n \in \mathbb{N}^*) 1 + \frac{1}{\sqrt{2}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n}} \geq \sqrt{n}$		