1B.SM	**Mathématique** Contrôle 1	Groupe scolaire Anisse
Trimestre 1	16/10/2017	Lycée Anisse

Durée : 2h

Exercice 1 (4.5 Points)

Donner la valeur de vérité de chacune des propositions suivantes puis écrire sa négation :

1. $P_1 : (\forall x \in \mathbb{R}) : \quad x^2 + x + 1 \leq 0$	0.5pt
2. $P_2 : (\exists n \in \mathbb{N}) : \quad n^2 - 4n = -3$	1pts
3. $P_3 : (\forall x > 0) : \quad x + \frac{9}{x} \geq 6$	1pts
4. $P_4 : (\forall a \in \mathbb{R}_+)(\forall b \in \mathbb{R}_+) : \quad \frac{a}{5+a} = \frac{b}{5+b} \Rightarrow a = b$	1pts
5. $P_5 : (\forall n \in \mathbb{N}^*) : \quad \frac{(n+2)\,!}{n\,!} \in \mathbb{N}$	1pts

Exercice 2 (10 Points)

1. Montrer que : $x \neq 4 \Rightarrow \frac{x+6}{x-2} \neq 5$ pour tout réel $x \neq 2$	1pts
2. Montrer que : $\frac{a}{1+a} = \frac{b}{1+b} \Leftrightarrow a = b$ pour tout réels a et b distincts de -1	1.5pts
3. Montrer que : $(\forall x \geq 0) : \quad \sqrt{x+8} + \sqrt{x+3} = 5 \Leftrightarrow x = 1$.	1.5pts
4. Montrer que : $(\forall a \in \mathbb{R}^+)(\forall b \in \mathbb{R}^+) : \quad a \neq b \Rightarrow \frac{a^2+5}{a^2+2} \neq \frac{b^2+5}{b^2+2}$.	1.5pts
5. Montrer que : $(\forall y \in]1, +\infty[)(\exists x \in]2, +\infty[) : \left(\sqrt{\frac{x}{x-2}} = y \right)$.	1pts
6. Montrer que : 7 divise $3^{2n} - 2^n$ pour tout n de $\mathbb{N}$.	1pts
7. Etablir que : $\sum_{k=1}^{k=n} q^k = \frac{1-q^{n+1}}{1-q}$ pour tout n de $\mathbb{N}^*$ et $\forall q \in \mathbb{R} - \{1\}$	1.5pts
8. Montrer que : $(\forall n \in \mathbb{N}^*)(\exists (a_n, b_n) \in \mathbb{N}^2) : \quad (1+\sqrt{2})^n = a_n + \sqrt{2} b_n$	1pts

Exercice 3 (2 Points)

On considère la fonction f définie par : $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}$

1. Montrer que f est majorée par le nombre $\frac{1}{2}$ sur $\mathbb{R}^+$ — 1 pts
2. Montrer que f est minorée par le nombre 0. — 1 pts

Exercice 4 (1.5 Points)

On considère la fonction g définie par : $g(x)=x^2-2x\sqrt{x}+x-4$

Montrer que g admet une valeur minimale sur $\mathbb{R}^+$ — 1.5pts

Exercice 5 (1.5 Points)

Soient x et y deux réels de l'intervalle $]-1,1[$. — 1.5pts

Montrer que : $-1<\frac{x+y}{1+xy}<1$

N.B: **+ 1pts pour l'organisation et la précision de la réponse**

La logique est l'art de la démonstration

☻ **Agir d' abord ; rectifier ensuite s'il y a lieu ; tout refaire s'il le faut, mais ne pas rester inactif dans l'attente du parfait.**

Bon courage