Arithmétique

Exercice 1

a) montrer que $(2n+11)\wedge(n+3)=(n+3)\wedge 5$

b) déduire les valeurs de $d=(2n+11)\wedge(n+3)$

c) déterminer n pour que $(2n+11)\wedge(n+3)=1$

Exercice 2

a) montrer que :

$$(n^2-3n+6)\wedge(n-1)=(n-1)\wedge 4$$

b) déduire les valeurs de :

$$\delta=(n-1)\wedge(n^2-3n+6)$$

c) déterminer n pour que :

$(n-1)\wedge(n^2-3n+6)=4$

Exercice 3

Soient c ; n deux entiers .

on pose $B=2n+1$; $A=3n$

1) montrer que $n\wedge(2n+1)=1$

2) prouver que $(nc)\wedge(2n+1)=c\wedge(2n+1)$

3) déterminer suivant n le pgcd de A et B

Exercice 4

Soit k un entier relatif .

on pose $a=2k-1$, $b=9k+4$

1) montrer que $a\wedge b=a\wedge 17$

2) déterminer k pour que $a\wedge b=17$

Exercice 5

Soit n un entier naturel .

1) vérifier que $n+3/3n^3-11n+48$

2) montrer que $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 3n^2-9n+16\in\mathbb{N}^*$

3) a) démontrer que :

$(\forall(a,b,c)\in\mathbb{N}^{*3})\quad a\wedge b=(bc-a)\wedge b$

b) en déduire que :

$(3n^3-11n)\wedge(n+3)=(n+3)\wedge 48$

4) déterminer en extension l'ensemble

$$A=\left\{n\in\mathbb{N}^*\ /\ \frac{3n^3-11n}{n+3}\in\mathbb{N}\right\}$$

Exercice 6

soit n un élément de $\mathbb{N}$

a) montrer que :

$n+1$ divise n^2+5n+4 et n^2+3n+2

b) déterminer n pour que :

$$(n+1)/(3n^2+15n+19)$$

c) déduire que :

n^2+3n+2 ne divise pas $(3n^2+15n+19)$

Exercice 7

Soient a et b deux entiers tels que $a\wedge b=1$

Montrer que : $(3a+4b)\wedge(4a+5b)=1$

Et $(4a+15b)\wedge(3a+11b)=1$

Exercice 8

On considère dans $\mathbb{Z}^2$ l'équation :

$$(E)\ 11x-17y=4$$

1) en utilisant l'algorithme d'Euclid déterminer une solution particulière de (E)

2) soit p un élément de $\mathbb{Z}$

montrer que $(17p+5)\wedge(11p+3)=(p+1)\wedge 4$

3) soit (α,β) une solution de (E)

on pose $d=\alpha\wedge\beta$

a) quelles sont les valeurs de d

b) prouver que $4|\alpha+\beta$)

4) déterminer les couples (a,b) solutions de (E)

Tels que $a\wedge b=4$