تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

التمرين الأول

حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

(P_1) $\sqrt{16}=-4$ أو $(-3)^2=9$ ، (P_2) $\left(\sqrt{3}+\sqrt{7}>3\right)$ و $(\pi\in\mathbb{Q})$

(P_3) $\left(a\in\mathbb{R}^*\right):\ \sqrt{a^2+4}=a+2$ ، (P_4) $\left((a,b)\in\mathbb{R}^2\right)\ \sqrt{ab}=\sqrt{a}\sqrt{b}$

التمرين الثاني

باستعمال الرموز المنطقية أكتب العبارات التالية :

1) لكل عدد حقيقي x يوجد على الأقل عدد طبيعي n بحيث $n>x$

2) لكل عدد حقيقي x يوجد عدد نسبي وحيد p بحيث : $p\le x<p+1$

3) لكل عدد x من $\mathbb{R}^{+*}$ و لكل عدد y من $\mathbb{R}$ يوجد على الأقل عدد طبيعي n بحيث $nx\ge y$

التمرين الثالث

حدد نفي كل من العبارات التالية :

(P_1) " $x\le 0$ أو $\left(\forall x\in\mathbb{R}\right)\ x+\frac{1}{x}\ge 2$ " ، (P_2) "$\left(\exists x\in\mathbb{Q}\right)\ \ x\le 1\ \Rightarrow\ x^2>1$ "

(P_3) " $\left(\exists a\in\mathbb{R}\right):\ \sqrt{a^2+4}=a+2$ " ، (P_4) " $\left(\exists a\in\mathbb{R}\right)\left(\forall b\in\mathbb{R}^+\right)\ \sqrt{a+b}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ "

التمرين الرابع

بين ما يلي :

1) $\left(\forall(x;y)\in\mathbb{R}^2\right):\ 1+xy=x+y\Rightarrow x=1$ أو $y=1$

2) $\left(\forall x\in\mathbb{R}^+\right):\left(\sqrt{1+x}=1+\frac{x}{2}\Rightarrow x=0\right)$

3) $(\forall n\in\mathbb{N}):\ (\ n$ زوجي $)\ \Rightarrow\ (\ n^2$ زوجي $)$

4) $\left(\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2\right)\ (\ x\ne y$ و $xy\ne 1\ )\ \Rightarrow\ \left(\frac{x}{x^2+x+1}\ne\frac{y}{y^2+y+1}\right)$

5) $(\forall n\in\mathbb{N}):\ (\ n^2$ زوجي $)\ \Rightarrow\ (\ n$ زوجي $)$

التمرين الخامس

1) ليكن $x\ ,\ y\ ,\ z$ أعداد حقيقية بحيث : $x+y>2z$ بين بالخلف أن : $y>z$ أو $x>z$

2) علما أن $\sqrt{2}\notin\mathbb{Q}$ و ليكن a و b من $\mathbb{Z}$ بحيث : $a+b\sqrt{2}=0$ بين بالخلف أن $a=0$ و $b=0$

3) عدد حقيقي موجب قطعا وبحيث $a^3+3a^2-2\ge 0$ بين بالخلف أن $a\ge\sqrt{3}-1$

التمرين السادس

باستعمال البرهان بالترجع بين ما يلي :

1) $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right):\ 1-3+5+.....+(-1)^n(2n+1)=(-1)^n(n+1)$

2) بين بالترجع أن $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\}\right)\ \left(1-\frac{1}{2^2}\right)\times\left(1-\frac{1}{3^2}\right)\times.....\times\left(1-\frac{1}{n^2}\right)=\frac{1}{2}\left(\frac{n+1}{n}\right)$

3) $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*-\{1\}\right)\ \left(2\times3^2\right)+\left(2^2\times3^3\right)+.....+\left(2^{n-1}\times3^n\right)=\frac{18}{5}\left(6^{n-1}-1\right)$

4) بين أن : $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right)\ :\ \ 11\ /\ 9^{n+1}+2^{6n+1}$ 5) $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right):\ \ 5\ /\ 3^{2n}-2^{2n}$

6) بين أن : $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right):\ \sum_{k=1}^{k=n}k2^k=2+(n-1)2^{n+1}$