المنطق

تمرين رقم1

أعط نفي كل من العبارات التالية :

1) $(\forall x \in \mathbb{R}) : 2x \geq \frac{1}{2}x$
2) $(\exists x \in \mathbb{R}) : x^2 \leq 2x$
3) $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : x - 2y + 3 = 0$
4) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : x - 2y + 3 = 0$
5) $(\exists x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : x^2 - y^2 - 4 \geq 0$
6) $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : x^2 - 3xy + y^2 > 0$

تمرين رقم2

حدد قيمة حقيقة كل من العبارات التالية :

1) $(\forall x \in \mathbb{R}^+) : x \geq \sqrt{x}$
2) $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 + \frac{2}{x^2} > 3$
3) $(\exists x \in \mathbb{R}) : x \leq 2x$
4) $(\exists x \in \mathbb{R}) : \frac{2x}{1+x^2} > 1$
5) $(\forall a \in \mathbb{Z})(\forall b \in \mathbb{Z}) : a \leq b \Rightarrow a^2 \leq b^2$
6) $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : 2x + y - 5 = 0$
7) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : 2x + y - 5 = 0$
8) $(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}^*) : a > b \Rightarrow \frac{a}{b} > 1$
9) $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : 2xy - x - y + \frac{1}{2} = 0$

تمرين رقم3

1) نعتبر العبارة :

$(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\forall y \in \mathbb{R}^+) : x^2 + 4x = y^2 + 4y \Rightarrow x = y$

حدد نفي العبارة ثم بين أنها صحيحة

2) نعتبر العبارة :

$(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}) : a \neq b \Rightarrow \frac{a-2}{a+1} \neq \frac{b-2}{b+1}$

حدد الاستلزام المضاد للعكس ثم قيمة حقيقة العبارة

2) نعتبر العبارة :

$(\forall a \in \mathbb{Z})(\forall b \in \mathbb{Z}) : |1+ab| = |a+b| \Rightarrow |a| = 1$ أو $|b| = 1$

حدد نفي العبارة ثم بين أنها صحيحة

تمرين رقم4

1) ليكن a و b من $\mathbb{R}^+$ و بحيث a+b=0
بين بالخلف أن a=0 و b=0

2) تطبيق : حل في المعادلتين

أ- $\sqrt{2x-1} + \sqrt{y+2} = 0$

ب- $x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$

2) ليكن a وb وc أعداد حقيقية موجبة وبحيث c≥ ab
بين أن $a < \sqrt{c}$ أو $b < \sqrt{c}$ (بالخلف)

3) ليكن x وy وz أعداد حقيقية
بين أن $x^2 + xy + y^2 \geq 0$ (برهان بفصل الحالات)

4) بين أن $(\forall X \in \mathbb{R}) : x \leq |X|$. بفصل الحالات

5) ليكن x وy عددين حقيقيين و c موجب قطعا وبحيث
$|x+y| \leq 2c$ و $|x-y| \leq 2c$ **بين أن** $|xy| \leq 2c^2$

تمرين رقم 5

بين بالترجع ما يلي :

1) $(\forall n \in \mathbb{N}^*)\ 1^2 + 2^2 + \ldots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$(\forall n \in \mathbb{N}^*)\ (1\times2)+(2\times3)+\ldots+n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

3) $(\forall n \in \mathbb{N})\quad 3^n \geq 1+2n$

4) $(\forall n \in \mathbb{N})\ (1+a)^n \geq 1+na$ حيث a موجب قطعا

5) $(\forall n \in \mathbb{N}^*)\ 1^3 + 2^3 + \ldots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

$(\forall n \in \mathbb{N}^*)\ 1 + a + a^2 + \ldots + a^n = \frac{a^{n+1}-1}{a-1}$ و $a \neq 1$

7) $(\forall n \in \mathbb{N})\quad 2^{n+1} \geq n(n+1)$

8) $3^{2n+1} + 2^2$ يقبل القسمة على 7 لكل n من $\mathbb{N}$

9) $3\times5^{2n+1} + 2^{3n+1}$ يقبل القسمة على 17 لكل n من $\mathbb{N}$

10) 9 يقسم $4^n + 6n - 1$ لكل n من $\mathbb{N}$

ذ: الماثني