

الأستاذ:  
نجيب  
عثماني

**سلسلة 1: المنطق**  
المستوى : الأولى باك علوم تجريبية

أكاديمية  
الجهة  
الشرقية

**تمرين 6:** حدد قيمة الحقيقة و العبارة النافية لكل عبارة من العبارات الآتية :

$$A \left( \sqrt{4} = 2 \right) \text{ أو } \left( \frac{1}{2} \in \mathbb{N} \right)$$

$$B \left( (-2)^2 > 3 \right) \text{ أو عدد فردي } (3)$$

$$C \left( \sqrt{2} \leq 1 \right) \text{ أو } (\pi = 3.14)$$

**تمرين 7:** حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$A \Rightarrow (0, 1 \in \mathbb{N}) \text{ (عدد فردي)}$$

$$B \Rightarrow (-1 \in \mathbb{N}) \text{ (عدد زوجي)}$$

**تمرين 8:** حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$p \left( \sqrt{3} \geq 1 \right) \Rightarrow \left( (-2)^2 = -4 \right)$$

$$q \left( \frac{6}{2} = 2 \right) \Rightarrow \left( \sqrt{5} < 3 \right)$$

**تمرين 9:** 1) أتمم ملاً الجدول التالي :

$p$	$q$	$\bar{p}$	$\bar{q}$ أو $\bar{p}$	$(p \Rightarrow q)$
1	1			
1	0			
0	1			
0	0			

2) ماذا تلاحظ؟

**تمرين 10:**

حدد نفي العبارة الآتية: " $x = -3$  أو  $x = 3 \Rightarrow x^2 = 9$ "

**تمرين 11:** حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$p \left( 2\sqrt{3} \geq \sqrt{10} \right) \Leftrightarrow \left( (5\sqrt{2})^2 = 50 \right)$$

$$q \quad -6 \in \mathbb{N} \Leftrightarrow (1 \geq 3)$$

**تمرين 12:** نعتبر التعبير التالي:  $x^2 - x \geq 0$ ; ( $x \in \mathbb{R}$ )

1) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل  $x = 2$

2) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل  $x = \frac{1}{2}$

3) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل  $x = -1$

4) هل التعبير صحيح أم خاطئ؟

**تمرين 13:** نعتبر التعبير التالي:  $n^2 \geq 0$ ; ( $n \in \mathbb{N}$ )

1) حدد قيمة حقيقة التعبير من أجل  $n = 2$

2) هل توجد قيم ل:  $n$  لا تحقق التعبير السابق؟

**تمرين 14:** حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$A \left( (\forall x \in \mathbb{R}); x^2 > 0 \right)$$

**تمرين 1:**

1) أنقل الجدول التالي ثم ضع العلامة "x" في الخانة المناسبة.

العبارة	صحيحة
كل زوجي قابل للقسمة على 4	
مجموع عددين فرديين هو عدد زوجي	
$\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$	
إذا كان $n^2$ عددا فرديا فإن $n$ عدد فردي	
المعادلة: $x^2 = -1$ تقبل حلا في $\mathbb{R}$	
جميع المستقيمات المتعامدة في الفضاء متقاطعة	
114516 مضاعف للعدد 4	
$((-2)^2 = -4)$	

2) هل توجد من بين الجمل الواردة في الجدول أعلاه جمل صحيحة وخاطئة في آن واحد؟

**تمرين 2:**

حدد العبارة النافية و قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية:

$$\bullet p \left( (-2)^2 = 4 \right)$$

$$\bullet q \quad \sqrt{2} \in \mathbb{Q}$$

**تمرين 3:** حدد العبارة النافية و قيمة حقيقة كل عبارة

من العبارات الآتية :

$$p \left( \sqrt{3} \geq 1 \right) \text{ و } \left( (-2)^2 = 4 \right)$$

$$q \quad \frac{1}{2} \in \mathbb{N} \text{ و } \left( \frac{7}{2} > 3 \right)$$

**تمرين 4:**

حدد قيمة حقيقة العبارات الآتية :

$$A \left( \sqrt{3} \geq 1 \right) \text{ و } \left( (-2)^2 > 3 \right)$$

$$B \quad \sqrt{2} \in \mathbb{Q} \text{ و } \left( \sqrt{3} + \sqrt{2} > 3 \right)$$

$$C \left( (\pi = 3.14) \text{ و } (\sqrt{2} \leq 1) \right)$$

**تمرين 5:** حدد قيمة الحقيقة و العبارة النافية لكل عبارة من العبارات الآتية :

$$A \left( \frac{5}{2} \geq 1 \right) \text{ أو } \left( (-2)^2 = -4 \right)$$

$$B \quad (-3 \in \mathbb{N}) \text{ أو } (5 < 3)$$

**تمرين 25:** بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

$$P (\forall x \in \mathbb{R}); x^2 \geq x "$$

**تمرين 26:** ليكن  $x \in \mathbb{R}$  و  $y \in \mathbb{R}$

$$\text{بين أن: } x+y > 1 \Rightarrow y > \frac{1}{2} \text{ و } x > \frac{1}{2}$$

**تمرين 27:** بين باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس

$$\text{أنه : إذا كان : } [x \in ]1; +\infty[ \text{ و } y \in ]1; +\infty[$$

$$(x \neq y) \Rightarrow (x^2 - 2x \neq y^2 - 2y)$$

**تمرين 28:** ليكن  $x \in \mathbb{R}$ : بين أن  $\frac{x+2}{x+5} \neq 2 \Rightarrow x \neq -8$

**تمرين 29:**  $x \in ]1; +\infty[$  و  $y \in ]2; +\infty[$

$$\text{بين أن: } (x \neq y) \Rightarrow (x^2 - 3x \neq y^2 - 3y)$$

**تمرين 30:** بين أن  $(\forall a \in \mathbb{R}); (\forall b \in \mathbb{R}) a^2 + b^2 \geq 2ab$

**تمرين 31:** باستعمال الاستدلال بفصل الحالات:

$$\text{حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة: } (E): |3x - 6| = 1$$

**تمرين 32:** باستعمال الاستدلال بفصل الحالات

$$\text{حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة: } 3 + 2|x - 4| = x + 5$$

**تمرين 33:** باستعمال الاستدلال بفصل الحالات

$$\text{حل في } \mathbb{R} \text{ المعادلة: } (E): x^2 - |x+1| + 1 = 0$$

**تمرين 34:** باستعمال الاستدلال بفصل الحالات

$$\text{بين أن: } n^2 + n$$

$$\text{عدد زوجي } \forall n \in \mathbb{N}$$

**تمرين 35:** بين باستعمال الاستدلال بالخلف أن:

$$\forall x \in \mathbb{R} / \frac{x^2 - 1}{x^2 + 1} \neq 1$$

**تمرين 36:**  $n \in \mathbb{N}$  بين أنه إذا كان  $n^2$  عدد زوجي

$$\text{فان: } n \text{ عدد زوجي}$$

**تمرين 37:** بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}; 3^n \geq 1 + 2n$$

**تمرين 38:** بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}; 3^n \geq 1 + n$$

**تمرين 39:** بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}; 2^n \geq 1 + n$$

**تمرين 40:** بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*: 1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n \times (n+1)}{2}$$

**تمرين 41:** بين  $n^3 + 2n$  يقبل القسمة على 3

$$\text{مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي } n$$

**تمرين 42:** بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*: 1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n \times (n+1) \times (2n+1)}{6}$$

**تمرين 43:** بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}^*: 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left( \frac{n(n+1)}{2} \right)^2$$

**تمرين 44:** بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن:

$$\forall n \in \mathbb{N}: 2^0 + 2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n = 2^{n+1} - 1$$

$$B'' (\forall n \in \mathbb{N}); 2^n > 5(n+1) "$$

$$C'' \exists x \in \mathbb{N}, 2x - 1 = 0 "$$

$$D'' (\forall n \in \mathbb{N}); \frac{n}{4} \notin \mathbb{N} "$$

$$E'' n > 4 \Rightarrow n > 2 "$$

**تمرين 15:** حدد قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الآتية :

$$1. " \forall x \in \mathbb{R} / x^2 > 0 "$$

$$2. " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2 = 0 "$$

$$3. " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 + 1 = 0 \Leftrightarrow \text{عدد فردي} "$$

$$4. " (2 < \sqrt{3}) \Rightarrow \forall n \in \mathbb{N} / \frac{n}{2} \in \mathbb{N} "$$

$$5. (\forall x \in \mathbb{R}); -1 \leq \cos x \leq 1$$

$$6. (\forall n \in \mathbb{N}); (\exists m \in \mathbb{N}): n < m$$

$$7. (\exists n \in \mathbb{N}) \text{ عدد زوجي } 2n + 1$$

$$8. (\forall n \in \mathbb{N}); \sqrt{n} \in \mathbb{N}$$

$$9. (\forall x \in \mathbb{R}); (\exists y \in \mathbb{R}): y - x > 0$$

$$10. (\exists! x \in \mathbb{R}); 2x + 4 = 0$$

$$11. (\exists! x \in \mathbb{R}); x^2 = 2$$

$$12. (\exists x \in \mathbb{Z}); \frac{x}{4} \in \mathbb{Z}$$

$$13. (\forall x \in \mathbb{R}); (\exists y \in \mathbb{R}): y^2 = x$$

**تمرين 16:** حدد العبارة النافية للعبارات الآتية :

$$1. (\forall n \in \mathbb{N}); \sqrt{n} \in \mathbb{N}$$

$$2. (\exists x \in \mathbb{Z}): \frac{x}{4} \in \mathbb{Q} \text{ و } x^2 - 2 = 0$$

3. كل الأشجار غير مثمرة في المؤسسة

**تمرين 17:** حدد العبارة النافية للعبارات الآتية

$$1. (\forall n \in \mathbb{N}); 2^n > 5(n+1)$$

$$2. " \exists x \in \mathbb{R}, x^2 - 2 = 0 \text{ و } -\frac{3}{2} \in \mathbb{Q} "$$

$$3. (\forall n \in \mathbb{N}); (\exists m \in \mathbb{N}): n < m$$

$$4. \text{كل مثلث قائم الزاوية له زاوية حادة}$$

$$5. \text{توجد نافذة في المؤسسة مكسورة (6)}$$

**تمرين 18:** حدد العبارة النافية للعبارات الآتية:

$$1. P; (\forall x \in \mathbb{R}): x \neq 2 \Rightarrow x^2 \neq 4$$

$$2. Q; (\exists x \in \mathbb{R}): x < 2 \Rightarrow x^2 \geq 2015$$

$$\text{تمرين 19: ليكن } x \in \mathbb{R} \text{ بين أن } \sqrt{2} < x < 5 \Rightarrow 3 < x^2 + 1 < 26$$

$$\text{تمرين 20: ليكن } x \in \mathbb{R} \text{ بين أن } 2\sqrt{3} < x < 10 \Rightarrow 9 < x^2 - 3 < 97$$

$$\text{تمرين 21: ليكن } x \in \mathbb{R} \text{ بين أن: } 2 < x < 4 \Rightarrow \frac{1}{3} < \frac{1}{x-1} < 1$$

$$\text{تمرين 22: ليكن } x \in \mathbb{R} \text{ بين أن: } -2 < x < \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{-3x+5}{x+4} < \frac{11}{2}$$

**تمرين 23:** بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

$$P (\forall x \in \mathbb{R}^*); x + \frac{1}{x} \geq 2 "$$

**تمرين 24:** بين العبارة التالية خاطئة مع تعليل الجواب:

$$p " \forall x \in ]0; 1[ \text{ و } \forall y \in ]0; 1[ , 0 < \frac{x+y}{xy(1-xy)} < 1 "$$

**تمرين 45:** بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :

$$\forall n \in \mathbb{N} : 5^0 + 5^1 + 5^2 + \dots + 5^n = \frac{5^{n+1} - 1}{4}$$

**تمرين 46 (1):** بين أن:  $\forall n \in \mathbb{N} : 3^0 + 3^1 + 3^2 + \dots + 3^n = \frac{3^{n+1} - 1}{2}$

$$\forall n \in \mathbb{N} \quad (أ) \quad 12n + 14 \geq 6(n+1) + 7$$

(ب) بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :  $\forall n \geq 6 \quad 2^n \geq 6n + 7$

**تمرين 47:** بين أنه مهما يكن  $n$  من  $\mathbb{N}^*$ .

$$1 \times 2 + 2 \times 3 + 3 \times 4 + 4 \times 5 + \dots + n \times (n+1) = \frac{1}{3} n \times (n+1) \times (n+2)$$

**تمرين 48:** بين أنه مهما يكن  $n$  من  $\mathbb{N}^*$ .

$$\frac{1}{1 \times 2 \times 3} + \frac{1}{2 \times 3 \times 4} + \frac{1}{3 \times 4 \times 5} + \dots + \frac{1}{n \times (n+1) \times (n+2)} = \frac{1}{4(n+1) \times (n+2)}$$

**تمرين 49:** بين أنه مهما يكن  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

$$15 \text{ يقبل القسمة على } b_n = 4^{2n+2} - 1$$

**تمرين 50:** بين أنه مهما يكن  $n$  من  $\mathbb{N}$ .

$$n^3 - n \text{ يقبل القسمة على } 6$$

**تمرين 51 (1):** بين أن :  $\forall n \in \mathbb{N} \quad 11^{n+1} - 1 = 10 \times 11^n + 11^n - 1$

(2) بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :  $11^n - 1$

مضاعف للعدد 10  $\forall n \in \mathbb{N}$

**تمرين 52:** نضع :  $\forall n \in \mathbb{N}^* \quad A_n = 3^{2n} - 2^n$

$$(1) \text{ تحقق من أن : } \forall n \in \mathbb{N}^* \quad A_{n+1} = 2A_n + 7 \times 3^{2n}$$

(2) بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :  $A_n$  مضاعف للعدد 7  $\forall n \in \mathbb{N}^*$

**تمرين 53:** ليكن  $a$  عدد حقيقي موجب قطعاً

(1) بين باستعمال الاستدلال بالترجع أن :  $\forall n \in \mathbb{N}; (1+a)^n \geq 1+n \times a$

$$(2) \text{ استنتج أن : } \forall n \in \mathbb{N}; 2^n > n$$

**تمرين 54:** حدد قيمة الحقيقة لكل من العبارات التالية مبرراً جوابك ببرهان

$$(1) (P) \quad \sin\left(\frac{17\pi}{2012}\right) = \frac{2013}{2012} \quad \text{et} \quad 5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$(2) (Q) \quad \exists x \in \mathbb{R}; -x^2 + 4x - 5 > 0$$

$$(3) (R) \quad \exists x \in \mathbb{R}^+; x^3 + x^2 - 3x + 1 < 0$$

$$(4) (S) \quad (\forall m \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R}); x^2 + mx + (m-1) = 0$$

**تمرين 55:**

حدد نفي كل عبارة من العبارات التالية:

$$(1) (K) \quad 1 + \sqrt{5} < 7\sqrt{7} \quad \text{ou} \quad 1 + 2 - 3 = \sqrt{11}$$

$$(2) (L) \quad 2\sqrt{13} - 1 < 11 \Rightarrow \tan \pi = \sqrt{2} - 1$$

$$(3) (M) \quad 2\sqrt{111} < 19 \Rightarrow (\sin \pi = 2 \quad \text{et} \quad 3^{2012} - 1 \geq 34)$$

$$(4) (N) \quad (\exists x \in \mathbb{R})(\forall a \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}); ay + 3x \geq 1$$

**تمرين 56:**

(1) بين بواسطة التكافؤات المتتالية أن العبارة التالية صحيحة :

$$(R) \quad \forall (x, y) \in \mathbb{R}_+^2; 16x^4 + 9y^4 \geq 24x^2y^2$$

(2) بين بواسطة الإستلزام المضاد للعكس أن العبارة التالية صحيحة:

$$(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\forall y \in \mathbb{R}^+); (x \neq y \quad \text{et} \quad xy \neq 1) \Rightarrow \left(\frac{\sqrt{x}}{x+1} \neq \frac{\sqrt{y}}{y+1}\right)$$

**تمرين 57:**

(1) أكتب العبارات التالية باستعمال الكميات و الروابط المنطقية :

(P):

" بين كل عددين حقيقيين سالبين ، يوجد على الأقل عدد جذري سالب . "

(Q) (2):

" مهما يكن العدد الحقيقي الموجب قطعاً  $t$  يوجد عدد طبيعي  $p$

بحيث مهما يكن العدد الصحيح الطبيعي  $n$

$$\text{فإنه إذا كان } n > p \text{ فإن } \left| \frac{n^2 + 1}{2n^2 - 3} - \frac{1}{2} \right| < t$$

**تمرين 58:**

حدد قيمة الحقيقة لكل من العبارات التالية مبرراً جوابك ببرهان :

(1) (P):

$$\cos(309^\circ) = \frac{1983}{1973} \quad \text{et} \quad \sqrt{7^2} = \sqrt{2^2} + \sqrt{5^2}$$

$$(2) (Q) \quad \exists x \in \mathbb{R}; 3x^2 + 7x + 4 > 0$$

$$(3) (R) \quad \exists x \in \mathbb{R}^+; x^3 + x^2 - 4x + 1 < 0$$

(4)

$$(S) \quad (\forall k \in \mathbb{R})(\exists x \in \mathbb{R}); 4x^2 - 4kx + (6k - 9) = 0$$

**تمرين 59:**

حدد نفي كل عبارة من العبارات التالية:

$$(1) (K) \quad 3 + \sqrt{\pi} = \pi\sqrt{\pi} \quad \text{et} \quad \sin 30^\circ = \sqrt{0,1}$$

$$(2) (L) \quad \tan \pi = \sqrt{2} - 1 \Rightarrow 2\sqrt{13} - 1 < 11$$

$$(3) (M) \quad 3\sqrt{5} \geq 19 \Rightarrow (\sin 9^\circ = 2 \quad \text{et} \quad \sqrt{7^{2012}} - 3 \geq 17)$$

(4)

$$(N) \quad (\exists t \in \mathbb{R})(\forall k \in \mathbb{R})(\exists m \in \mathbb{R}); tm + 3k - 1 \neq 5$$