

التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = \frac{x^3}{x^2 - x + 1}$

(1) أ-- بين أن مجموعة تعريف الدالة f هي $D_f = \mathbb{R}$

ب-- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ-- بين أن $(\forall x \in D_f) f'(x) = \frac{x^2(x^2 - 2x + 3)}{(x^2 - x + 1)^2}$

ب-- استنتج تغيرات الدالة f ثم ضع جدول التغيرات

(3) أ-- تحقق أن $(\forall x \in D_f) f(x) = x + 1 - \frac{1}{x^2 - x + 1}$

ب-- استنتج أن للمنحنى C_f مقارب مائل محددًا معادلته

ج-- أدرس الوضع النسبي للمنحنى C_f و المقارب المائل

(4) أ-- بين أن $(\forall x \in D_f) f''(x) = \frac{-6x(x-1)}{(x^2 - x + 1)^3}$

ب-- أدرس تقعر المنحنى C_f محددًا إحداثيات نقطتي الانعطاف

(5) أ-- أعط معادلة المماس (T) للمنحنى C_f في النقطة 1

ب-- أرسم المنحنى C_f

التمرين الثاني

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x) = x \left(\frac{x-2}{x-1} \right)^2$

(1) أ-- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

ب-- أحسب النهايات $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ، $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1} f(x)$

(2) أ-- تحقق أن $(\forall x \in D_f) f(x) = x - 2 - \frac{1}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2}$

ب-- استنتج أن المستقيم $y = x - 2$ (Δ) مقارب مائل للمنحنى C_f بجوار $+\infty$ و $-\infty$

ج-- أدرس الوضع النسبي ل C_f و المقارب المائل

(3) أ-- $(\forall x \in D_f) f'(x) = \frac{(x-2)(x^2 - x + 2)}{(x-1)^3}$

ب-- أنجز جدول تغيرات الدالة f

(4) بين أن C_f يقبل نقطة انعطاف محددًا إحداثياتها

(5) أنشئ المنحنى C_f

(6) حدد مبيانيا و حسب قيم m عدد حلول المعادلة $x^3 - (m+4)x^2 + (2m+4)x - m = 0$