

التمرين الأول: (6 نقط)
أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 3x}{x \sin 2x}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + 3x - 10}{2x^2 - 4x}$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{3x^2}}{x^3 - x} \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{1-x} + x$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - x} - x$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \sqrt{4x^2 - x} + 1 + x \quad (2)$$

1x6 ن

التمرين الثاني: (2 نقط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة f على $]0, +\infty[$ بمايلي: $f(x) = \frac{2 + \sin x}{1 + \sqrt{x}}$

(1) بين أن: $(\forall x \in]0, +\infty[): |f(x)| \leq \frac{3}{1 + \sqrt{x}}$

(2) استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

1 ن

1 ن

التمرين الثالث: (5,6 نقطة)

$$\begin{cases} f(x) = x\sqrt{x} - 1 & ; x \geq 1 \\ f(x) = \frac{\sqrt{1-x}}{2-x} & ; x \leq 1 \end{cases}$$

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بمايلي:

و (C_f) منحناها في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

(1) أحسب: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$

1+0,5

(2) بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق على اليمين في النقطة $x_0 = 1$ وأن $f'_d(1) = \frac{3}{2}$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

0,5+1

المحصل عليها. (تذكير: $a^3 - b^3 = (a-b)(a^2 + ab + b^2)$)

(3) أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

1 ن

(4) أ- بين أنه لكل x من $]1; +\infty[$: $\frac{f(x)}{x-1} = \frac{1}{(x-2)\sqrt{1-x}}$

0,5 ن

ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار في النقطة $x_0 = 2$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها.

0,5+1

(5) أحسب $f'(x)$ لكل x من $]1; +\infty[$

0,5

التمرين الرابع: (5,5 نقطة)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة f على \mathbb{R}^* بمايلي: $f(x) = \frac{x^3 + x^2 + 4}{x^2}$

1,5 ن

(1) أحسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} f(x)$

1,5 ن

(2) أ- بين أنه لكل x من \mathbb{R}^* : $f'(x) = \frac{(x-2)(x^2 + 2x + 4)}{x^2}$

ب- بين أن إشارة $f'(x)$ على \mathbb{R}^* هي إشارة $\frac{(x-2)}{x}$ ثم إعط جدول تغيرات الدالة f .

0,5+0,5

1 ن

(3) أ- اعط معادلة مماس منحنى الدالة f في النقطة $x_0 = 1$.

0,5 ن

ب- اعط قيمة مقربة للعدد $f(0,99)$.