

## التمرين الأول: (2.25 نقط)

لتكن  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية حسابية أساسها  $r$  بحيث:  $u_7 = 3$  و  $u_3 = 11$

(1) بين أن  $r = -2$ ؛ ثم أحسب  $u_n$  بدلالة  $n$ .

(2) أحسب المجموع:  $S = u_3 + u_4 + \dots + u_{20}$ .

## التمرين الثاني: (9.75 نقط)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ u_{n+1} = \frac{u_n - 3}{u_n + 5} \end{cases} \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

(1) أحسب  $u_1$

(2) بين أن:  $(\forall n \in \mathbb{N}) u_n > -1$

(3) أ- بين أن:  $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} - u_n = \frac{-(u_n + 1)(u_n + 3)}{u_n + 5}$

ب- أدرس رتبة المتتالية  $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$

ج- استنتج أن:  $(\forall n \in \mathbb{N}) : -1 < u_n \leq 0$

(4) لتكن  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي:  $(\forall n \in \mathbb{N}) : v_n = \frac{u_n + 1}{u_n + 3}$

أ- بين أن  $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{1}{2}$  وأحسب  $v_0$ .

ب- أحسب  $v_n$  بدلالة  $n$ .

ج- بين أن:  $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n = \frac{1 - \left(\frac{1}{2}\right)^n}{\frac{1}{3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^n - 1}$

(3) أ- بين أن:  $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_{n+1} + 1 \leq \frac{1}{2}(u_n + 1)$

ب- استنتج أن:  $(\forall n \in \mathbb{N}) : u_n + 1 \leq \left(\frac{1}{2}\right)^n$

## التمرين الثالث: (8 نقط)

المستوى منسوب الى معلم متعامد ممنظم  $(O; \vec{i}; \vec{j})$ .

نعتبر  $(C)$  مجموعة النقط  $M(x; y)$  بحيث:  $x^2 + y^2 - 2x + 2y - 3 = 0$

(1) بين  $(C)$  دائرة مركزها  $\Omega(1; -1)$  و شعاعها  $R = \sqrt{5}$

(2) نعتبر في المستوى النقطتين  $A(2; 1)$  و  $B(4; -2)$ .

أ- بين أن  $A \in (C)$  و  $B$  توجد خارج الدائرة  $(C)$ .

ب- حدد معادلة  $(T)$  مماس الدائرة  $(C)$  في النقطة  $A$ .

(3) أ- بين أن المستقيم  $(D)$  ذو المعادلة:  $x + 3y - 3 = 0$  يقطع الدائرة  $(C)$  في نقطتين مختلفتين  $E$  و  $F$ .

ب- حدد إحداثيات كل من  $E$  و  $F$ .

(4) حدد معادلتا المماسين  $(\Delta_1)$  و  $(\Delta_2)$  للدائرة  $(C)$  المارين من النقطة  $B(4; -2)$ .