

الجزء الأول:

1- لتكن $(u_n)_n$ متتالية حسابية أساسها r بحيث : $u_{13} = 2$ و $u_{17} = 5$

(أ) بين أن أساس المتتالية $(u_n)_n$ هو $r = \frac{3}{4}$ (1 ن)

(ب) احسب u_{116} . ثم احسب المجموع : $S = u_{13} + u_{14} + u_{15} + \dots + u_{116}$. (0.5 ن + 1 ن)

2- حدد قيمة العدد الحقيقي x لكي تكون الأعداد $2x+3$ و $2x-1$ و $2x-3$ ، بهذا الترتيب، حدود متتابعة في متتالية هندسية.

(1 ن)

الجزء الثاني:

(I) نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي : $u_0 = 5$ و $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n}$

1- احسب u_1 . ثم بين ، بالترجع ، أن $\forall n \in \mathbb{N} : u_n > 4$. (0.5 ن + 1.5 ن)

2- (أ) تحقق من أن : $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 1)(4 - u_n)}{u_n}$ (0.5 ن)

(ب) أثبت أن $(u_n)_n$ متتالية تناقصية . واستنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n \leq 5$. (0.5 ن + 1.5 ن)

3- لتكن $(v_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $\forall n \in \mathbb{N} : v_n = \frac{u_n - 4}{u_n - 1}$

(أ) بين أن $(v_n)_n$ متتالية هندسية أساسها $q = \frac{1}{4}$ و احسب حدها الأول v_0 . (0.5 ن + 1 ن)

(ب) اكتب v_n بدلالة n . استنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N} : u_n = \frac{1 - 4^{n+2}}{1 - 4^{n+1}}$ (0.5 ن + 1 ن)

4- نضع : $\forall n \in \mathbb{N}^* : S_n = v_0 + v_1 + v_3 + \dots + v_{n-1}$

بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}^* : S_n = \frac{1}{3} \left(1 - \left(\frac{1}{4} \right)^n \right)$ (1 ن)

(II) ABC مثلث . نعتبر النقطتين E و F بحيث $\overline{AE} = 2\overline{AB}$ و F منتصف القطعة $[AC]$.

1- (أ) انشئ النقطتين E و F بالدقة اللازمة. (0.5 ن × 2)

(ب) بين أن E مرجح النقطتين المترننتين $(A; -1)$ و $(B; 2)$. (1 ن)

2- لتكن G مرجح النقط المترنة $(A; -1)$ و $(B; 2)$ و $(C; 1)$.

بين أن G منتصف القطعة $[CE]$. انشئ النقطة G . (0.5 ن + 1.5 ن)

3- (أ) انشئ النقطة K مرجح النقطتين المترننتين $(B; 2)$ و $(C; 1)$. (0.5 ن)

(ب) بين أن K و G و A نقط مستقيمية. (1 ن)

(ج) استنتج أن K مركز ثقل المثلث ACE . (1 ن)

4 - نعتبر (Γ) مجموعة النقط M من المستوى (P) التي تحقق :

$$\|-\overline{MA} + 2\overline{MB} + \overline{MC}\| = CE$$

(أ) بين أن (Γ) هي دائرة محدد مركزها و شعاعها. (1 ن)

(ب) بين أن النقطة C تنتمي الى الدائرة (Γ) . (0.5 ن)