

$\langle I \rangle$  لتكن  $(u_n)_n$  متتالية حسابية أساسها  $r = \frac{1}{2}$  بحيث :  $u_{108} = 49$ .

(2) (1) بين أن :  $u_0 = -5$  و  $u_9 = -\frac{1}{2}$ .

(1) (2) احسب المجموع :  $S = u_9 + u_{10} + u_{11} + \dots + u_{108}$ .

$\langle II \rangle$  نعتبر المتتالية  $(u_n)_n$  المعرفة بما يلي :  $u_0 = \frac{1}{2}$  و  $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} = \frac{u_n}{3-2u_n}$ .

(1) احسب  $u_1$  و  $u_2$ .

(2) بين ، بالترجع ، أن :  $\forall n \in \mathbb{N} : 0 < u_n < 1$ .

(3) (أ) تحقق من أن :  $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = \frac{2u_n(u_n - 1)}{3 - 2u_n}$ .

(ب) أثبت أن  $(u_n)_n$  متتالية تناقصية. استنتج أن :  $\forall n \in \mathbb{N} : 0 < u_n \leq \frac{1}{2}$ .

(4) لتكن  $(v_n)_n$  المتتالية العددية المعرفة بما يلي :  $\forall n \in \mathbb{N} : v_n = \frac{u_n}{u_n - 1}$ .

(أ) بين أن  $(v_n)_n$  متتالية هندسية أساسها  $q = \frac{1}{3}$  و احسب حدها الأول  $v_0$ .

(ب) اكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج أن :  $\forall n \in \mathbb{N} : u_n = \frac{1}{1+3^n}$ .

(4) نضع :  $\forall n \in \mathbb{N}^* : S_n = v_0 + v_1 + v_2 + \dots + v_{n-1}$ . احسب  $S_n$  بدلالة  $n$ .

$\langle III \rangle$  مثلث  $ABC$  لتكن  $G$  مرجح النقط المتزنة  $(A;1)$  و  $(B;-2)$  و  $(C;-3)$ .

(1) بين أن  $\overrightarrow{AG} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AB} + \frac{3}{4}\overrightarrow{AC}$  ثم انشئ النقطة  $G$ .

(2) (أ) انشئ النقط  $J$  المعرفة بالعلاقة :  $\overrightarrow{BJ} = \frac{3}{5}\overrightarrow{BC}$ .

(ب) بين أن  $J$  مرجح النقطتين المتزنتين  $(B;2)$  و  $(C;3)$ .

(ج) بين أن  $J$  و  $A$  و  $G$  نقط مستقيمية.

(3) لتكن  $K$  النقطة بحيث :  $B$  منتصف القطعة  $[AK]$ .

(أ) بين أن  $K$  مرجح النقط المتزنة  $(A;1)$  و  $(B;-2)$ .

(ب) بين أن :  $\overrightarrow{KG} = \frac{3}{4}\overrightarrow{KC}$ .

(ج) استنتج أن المستقيمين  $(AJ)$  و  $(KC)$  يتقاطعان في نقطة يتم تحديدها.

(4) نعتبر  $(\Gamma)$  مجموعة النقط  $M$  من المستوى التي تحقق :  $\|\overrightarrow{MA} - 2\overrightarrow{MB} - 3\overrightarrow{MC}\| = 2AC$ .

(أ) بين أن  $(\Gamma)$  هي دائرة محدد مركزها و شعاعها.

(ب) انشئ الدائرة  $(\Gamma)$ .