الجزء الأول :

$\langle I\rangle$ بين ، باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس ، أنه لكل x من $\mathbb{R}^+$ لدينا :

$$[x\neq 1]\Rightarrow\left[\frac{3-x}{1+\sqrt{x}}\neq 2-\sqrt{x}\right] \qquad (2)$$

$\langle II\rangle$ 1) بين أن : $\left(\forall y\in\mathbb{R}^+\right):\ y-2\sqrt{y}+2>0$. (0,5)

2) أ) اكتب نفي العبارة (P) التالية : $(P):\left[\left(\forall x\in\mathbb{R}\right);\left(\exists y\in\mathbb{R}^+\right)\ :\ x+y\leq x\sqrt{y}\right]$. (0,75)

ب) بين أن العبارة (P) خاطئة. (0,75)

$\langle III\rangle$ 1) بين ،بالترجع ،أن : $\left(\forall n\in\mathbb{N}\right)\ :\ 1+3+3^2+3^3+\ldots+3^n=\dfrac{3^{n+1}-1}{2}$. (2)

2) احسب المجموع : $1+3^1+3^2+\ldots+3^6$. (نأخذ $3^7=2187$) (0,5)

الجزء الثاني:

$\langle I\rangle$ لتكن k الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $k(x)=\dfrac{2x^2+x-1}{x^2-x+1}$.

1) بين أن : $\left(\forall x\in\mathbb{R}\right):x^2-x+1>0$. (0,5)

2) أ- بين أن الدالة k مكبورة بالعدد 3 على $\mathbb{R}$. (1)

ب- بين أن 3 هي القيمة القصوى للدالة k. (0,5)

$\langle II\rangle$ نعتبر الدالتين العدديتين f و g المعرفتين بما يلي : $f(x)=x^2-4x+1$ و $g(x)=\sqrt{x+1}$.

وليكن $(\mathscr{C}_f)$ و$(\mathscr{C}_g)$ منحنيا الدالتين f و g على التوالي في م م م $(\mathscr{O};\vec{i};\vec{j})$.

1) أ- حدد D_g مجموعة تعريف الدالة g ثم ضع جدول تغيراتها. $(1+0,5)$

ب - انشئ ، في المعلم $(\mathscr{O};\vec{i};\vec{j})$ ، المنحنى $(\mathscr{C}_g)$. (1)

ج - حدد ، مبيانيا : $g([-1;3])$ و $g([3,+\infty[)$. $(0,5\times 2)$

2) أ- ضع جدول تغيرات الدالة f. (1)

ب- انشئ ،في نفس المعلم أعلاه ، المنحنى $(\mathscr{C}_f)$. (استعمل لون لكل منحنى) (1,5)

3) حل ، في المجال $[-1,4]$ ،مبيانيا المتراجحة : $\sqrt{x+1}+4x>x^2+1$. (1)

4) لتكن h الدالة العددية المعرفة على $[-1;+\infty[$ بما يلي : $h(x)=x-4\sqrt{x+1}+2$.

أ- حدد $D_{f\circ g}$ مجموعة تعريف الدالة $f\circ g$. (1)

ب- تحقق من أن : $\left(\forall x\in[-1;+\infty[\right):h(x)=f\circ g(x)$. (1)

ج- بين أن الدالة h تناقصية قطعا على $[-1;3]$ وتزايدية قطعا على $[3;+\infty[$. (2)

5) استنتج أنه : $\left[\left(\forall x\in[-1;+\infty[\right):x+5\geq 4\sqrt{x+1}\right]$. (0,5)