

الجزء الأول : ( 9 نقط )

$\langle I \rangle$  بين ، باستعمال الاستدلال بالاستلزام المضاد للعكس ، أنه : لكل  $x$  و  $y$  من  $\mathbb{R}$  لدينا :

$$(1,5) \quad [xy \neq 1 \text{ و } x \neq y] \Rightarrow \frac{x}{x^2 + x + 1} \neq \frac{y}{y^2 + y + 1}$$

$\langle II \rangle$  بين أن :  $2a^2 + 2b^2 \geq (a+b)^2$  :  $(\forall (a;b) \in \mathbb{R}^2)$  .

$\langle III \rangle$  (1) بين أن العبارة  $\left[ (\exists x \in \mathbb{R}^+) : \sqrt{1+x} = \frac{1}{\sqrt{1+x}} \right]$  عبارة صحيحة.

(2) (أ) بين أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) : \frac{2x}{1+x^2} \leq 1$  .

(ب) اكتب نفي العبارة  $(P)$  التالية :  $(P) : \left[ (\forall y \in \mathbb{R}^+) ; (\exists x \in \mathbb{R}) : \frac{2x}{1+x^2} > \sqrt{y} \right]$  .

استنتج أن العبارة  $(P)$  خاطئة .

$\langle IV \rangle$  (1) بين ، بالترجع ، أن :  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : 3 + 6 + \dots + 3n = \frac{3n(n+1)}{2}$  .

(2) بين ، بالترجع ، أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  العدد  $5^{2n} - 1$  يقبل القسمة على 24 لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  .

الجزء الثاني : ( 11 نقط )

$\langle I \rangle$  لتكن  $h$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :

$$h(x) = \frac{2x^2 + 4x + 1}{x^2 + 2x + 2}$$

(1) بين أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 + 2x + 2 > 0$  .

(2) بين أن الدالة  $h$  مكبورة بالعدد 2 على  $\mathbb{R}$  .

(3) (أ) بين أن :  $(\forall x \in \mathbb{R}) : h(x) \geq -1$  .

(ب) بين أن  $-1$  هي القيمة الدنيا للدالة  $h$  على  $\mathbb{R}$  .

$\langle II \rangle$  نعتبر الدالتين العدديتين  $f$  و  $g$  المعرفتين بما يلي :  $f(x) = \frac{1}{3}x^2 - \frac{2}{3}x + 1$  و  $g(x) = \sqrt{x+1}$  .

وليكن  $(\mathcal{C}_f)$  و  $(\mathcal{C}_g)$  منحنيا الدالتين  $f$  و  $g$  على التوالي في  $\mathbb{M}(\mathcal{O}; \vec{i}; \vec{j})$  .

(1) حدد  $D_g$  مجموعة تعريف الدالة  $g$  ثم ضع جدول تغيراتها .

(2) ضع جدول تغيرات الدالة  $f$  .

(3) (أ) تحقق من أن :  $f(0) = g(0)$  و  $f(3) = g(3)$  .

(ب) انشئ ، في المعلم  $(\mathcal{O}; \vec{i}; \vec{j})$  ، المنحنيين  $(\mathcal{C}_f)$  و  $(\mathcal{C}_g)$  . (استعمل لون لكل منحنى)

(4) حل ، في المجال  $\mathbb{R}$  ، مبيانيا المترابحة :  $3\sqrt{x+1} + 2x > x^2 + 3$  .